

tentamen Analyse (deel 1) – wi 1 100 TI / wi 1 005 In  
4 november 2011, 14.00–16.00 uur

*Deelname aan dit tentamen is voorbehouden aan wie zich hebben opgegeven.  
Zo nodig wordt je werk onbeoordeeld terzijde gelegd.*

*Je mag het formuleblad van het instellingspakket en een rekenmachine gebruiken.  
Onderling contact en het gebruik van communicatieapparatuur zijn niet toegestaan.*

*Voorzie elk antwoord dient van een deugdelijke argumentatie en geef exacte antwoorden.*

1. a) Vereenvoudig  $\tan^2(2 \arcsin x)$  voor  $x \in (0, 1)$ ,  $x \neq \frac{1}{2}\sqrt{2}$ . 8  
b) Waarom is hierboven  $x = \frac{1}{2}\sqrt{2}$  uitgezonderd? 2
2. Een kromme wordt impliciet gegeven door de betrekking  $\tan(xy) = \sin(x + y)$ .  
Bepaal de raaklijn aan de kromme in het punt  $(0, 0)$ . 10
3. Bereken  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1 - 4x}{x^2 - 4x^3}$ . 10
4. Bereken  $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{1+2x}} dx$ . 10
5. Bepaal  $\int_{-\infty}^0 x e^{2x} dx$ . 10

6. Gegeven is de eerste-orde differentiaalvergelijking  $2ye^{y^2} y' = 2x + 3\sqrt{x} \quad (x > 0)$ . 10  
Geef de algemene oplossing van deze vergelijking.

7. Geef de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} xy' + 2y = 12x^2 \\ y(-1) = 1 \end{cases} . \quad 10$$

8. Geef de algemene oplossing van de lineaire differentiaalvergelijking

$$y'' + y' - 2y = x + \sin 2x . \quad 10$$

9. a) Bereken  $z = \frac{2-3i}{3+2i}$ ,  $|z|$  en  $\arg z$ . 4

*bonus:* welke meetkundige betekenis heeft het „mooie” antwoord?

- b) Formuleer de stelling van De Moivre en leid daarmee de bekende formules voor  $\cos 2\vartheta$  en  $\sin 2\vartheta$  af. *Aanwijzing:* vergelijk reële en imaginaire delen. 6

### Normering

*Elk onderdeel levert maximaal het in de kantlijn vermelde aantal punten.*

*Als  $n$  het totale aantal gescoorde punten is ( $0 \leq n \leq 90$ ),*

*en  $q$  het resultaat van de quizzen voor deel 1 ( $0 \leq q \leq 1$ )*

*is het cijfer  $c = 1 + \frac{n}{10} + q$  (afgerond,  $1 \leq c \leq 10$ ).*

tentamen Analyse (deel 1) – wi 1 100 TI / wi 1 005 In  
4 november 2011, 14.00–16.00 uur

*Deelname aan dit tentamen is voorbehouden aan wie zich hebben opgegeven.  
Zo nodig wordt je werk onbeoordeeld terzijde gelegd.*

*Je mag het formuleblad van het instellingspakket en een rekenmachine gebruiken.  
Onderling contact en het gebruik van communicatieapparatuur zijn niet toegestaan.*

*Voorzie elk antwoord dient van een deugdelijke argumentatie en geef exacte antwoorden.*

1. a) Vereenvoudig  $\tan^2(2 \arcsin x)$  voor  $x \in (0, 1)$ ,  $x \neq \frac{1}{2}\sqrt{2}$ . 8  
b) Waarom is hierboven  $x = \frac{1}{2}\sqrt{2}$  uitgezonderd? 2
2. Een kromme wordt impliciet gegeven door de betrekking  $\tan(xy) = \sin(x + y)$ .  
Bepaal de raaklijn aan de kromme in het punt  $(0, 0)$ . 10
3. Bereken  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1 - 4x}{x^2 - 4x^3}$ . 10
4. Bereken  $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{1+2x}} dx$ . 10
5. Bepaal  $\int_{-\infty}^0 x e^{2x} dx$ . 10

6. Gegeven is de eerste-orde differentiaalvergelijking  $2ye^{y^2} y' = 2x + 3\sqrt{x} \quad (x > 0)$ . 10  
Geef de algemene oplossing van deze vergelijking.

7. Geef de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} xy' + 2y = 12x^2 \\ y(-1) = 1 \end{cases} . \quad 10$$

8. Geef de algemene oplossing van de lineaire differentiaalvergelijking

$$y'' + y' - 2y = x + \sin 2x . \quad 10$$

9. a) Bereken  $z = \frac{2-3i}{3+2i}$ ,  $|z|$  en  $\arg z$ . 4

*bonus:* welke meetkundige betekenis heeft het „mooie” antwoord?

- b) Formuleer de stelling van De Moivre en leid daarmee de bekende formules voor  $\cos 2\vartheta$  en  $\sin 2\vartheta$  af. *Aanwijzing:* vergelijk reële en imaginaire delen. 6

### Normering

*Elk onderdeel levert maximaal het in de kantlijn vermelde aantal punten.*

*Als  $n$  het totale aantal gescoorde punten is ( $0 \leq n \leq 90$ ),*

*en  $q$  het resultaat van de quizen voor deel 1 ( $0 \leq q \leq 1$ )*

*is het cijfer  $c = 1 + \frac{n}{10} + q$  (afgerond,  $1 \leq c \leq 10$ ).*