

tentamen Analyse (deel 1) – wi 1 100 TI / wi 1 005 In
17 januari 2011, 10.00–12.00 uur

*Deelname aan dit tentamen is voorbehouden aan wie zich hebben opgegeven.
Zo nodig wordt je werk onbeoordeeld terzijde gelegd.*

*Je mag het formuleblad van het instellingspakket en een rekenmachine gebruiken.
Onderling contact en het gebruik van communicatieapparatuur zijn niet toegestaan.*

Voorzie elk antwoord dient van een deugdelijke argumentatie en geef exacte antwoorden.

code wi 1 100 TI geldt vanaf 2010, code wi 1 005 In voor studenten van daarvoor;
afhankelijk van de code kies je som 8 of som 9

1. a) Schrijf $\tan(\arccos \frac{1}{x})$ ($x > 1$) zonder (invers) goniometrische functies. 8
b) Zoek uit voor welke andere waarden van x een dergelijke betrekking geldt. 2

2. Laat door middel van *differentiatie* zien dat

$$\int \frac{dx}{x^2(3+4x)} = -\frac{1}{3x} + \frac{4}{9} \ln \left| \frac{3+4x}{x} \right| + C. \quad 10$$

3. Bepaal een vergelijking van de raaklijn in het punt $P(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$
aan de kromme gegeven door $x \sin 2y = y \cos 2x$. 10

4. Bereken $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} dx$. 10

5. Laat door middel van partiële integratie zien dat (voor $n > 1$) geldt:

$$\int x^n \cos x dx = x^n \sin x - n \int x^{n-1} \sin x dx \quad \text{en daarmee} \quad 10$$
$$\int x^n \cos x dx = x^n \sin x + n x^{n-1} \cos x - n(n-1) \int x^{n-2} \cos x dx.$$

6. Gegeven is de differentiaalvergelijking $\sqrt{x} y' = e^{y+\sqrt{x}}$.

a) Toon aan dat ze separabel is. 2

b) Geef de algemene oplossing van de vergelijking (voor $x > 0$). 10

Aanwijzing: substitueer bij integratie $u = \sqrt{x}$.

c) Geef de oplossing die voldoet aan de beginvoorwaarde $y(0) = 0$.¹ 4

7. Vind $x, y \in \mathbb{R}$ die voldoen aan de volgende complexe vergelijking:

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 + \frac{1}{x+iy} = 1+i. \quad 8$$

8. Geef de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} 2y'' + y' - y = 3e^{-x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}. \quad 12$$

9. bij code wi 1 100 TI

Bekijk de volgende twee berekeningen, waarvan één correct is uitgevoerd:

A $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{2x} = \frac{1}{6}$; en

B $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-3} = \frac{0}{6} = 0$.

Welke van de twee berekeningen is fout; leg precies uit wát er fout is. 4

10. bij code wi 1 005 In

Ga na of de differentiaalvergelijking in som 6 lineair is. 4

¹heb je geen algemene oplossing, gebruik dan de (foutieve) „oplossing” $y = -(1 + \sqrt{x})(e^{\sqrt{x}} + C)$.