

Naam:	St.nr.:
-------	---------

tentamen Analyse (deel 2) – wi 1 100 TI
 10 april 2013, 09.00–11.00 uur

*Deelname aan dit tentamen is voorbehouden aan wie zich hebben opgegeven.
 Zo nodig wordt je werk onbeoordeeld terzijde gelegd.*

KORT-ANTWOORDVRAGEN

*Op de volgende vragen volstaat een kort antwoord; argumentatie wordt niet verlangd.
 Je mag hierbij alleen het **formuleblad** van het instellingspakket gebruiken.
 Gebruik van rekenmachines, boeken en aantekeningen is **niet** toegestaan.
 Ook onderling contact en het gebruik van communicatieapparatuur zijn **niet** toegestaan.*

1. Bekijk de rij $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ met $a_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} (1 + n)$.

Gevraagd wordt naar $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$. Als de limiet niet bestaat, antwoord dan ∞ of $-\infty$ als dat van toepassing is, of *bestaat niet* in het andere geval.

6

2. Bereken $8 - 6 + \frac{9}{2} - \frac{27}{8} + \frac{81}{32} \dots$ door toepassing van de somformule van de juiste meetkundige reeks.

6

3. Een student probeert het integraalkenmerk toe te passen op de reeks $\sum_{n=2}^{\infty} a_n = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{n}\right)^2}$.
 Welke van de voorwaarden is of zijn niet vervuld?

4

4. Gegeven is de machtreeks $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{2^n \sqrt{n+1}}$.

Bepaal zowel de convergentiestraal R als het convergentie-interval I van deze reeks.

8

LANG-ANTWOORDVRAGEN

Voorzie elk antwoord van een deugdelijke argumentatie en geef exacte antwoorden.

Je mag hierbij alleen het **formuleblad** van het instellingspakket en een **rekenmachine** gebruiken.

Onderling contact en het gebruik van communicatieapparatuur zijn **niet** toegestaan.

1. Stel van elke van de volgende *reeksen* vast of ze divergent, relatief (*conditionally*) convergent of absoluut convergent is, en vermeld het kenmerk dat je gebruikt:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3\sqrt{n} - 1}{n\sqrt{n}};$ 6

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{1 + n^5}.$ 8

2. a) Geef de formule voor de Taylorreeks rond $a = 3$ van een (oneindig vaak differentieerbare) functie f . 4

- b) Bepaal voor $f(x) = 4x\sqrt{1+x}$ de Taylorveelterm van de orde 2 (de partiële som van de Taylorreeks tot en met de kwadratische term) rond $a = 3$. 10

- c) Bepaal voor deze zelfde f de Maclaurinontwikkeling met behulp van standaardreeksontwikkelingen; werk alleen de coëfficiënten tot en met die van de vierdegraads term uit. 8

BONUS Iemand wil $f(\frac{3}{2})$ benaderen met behulp van reeksontwikkeling.

Zou je haar (een van) de ontwikkelingen in de onderdelen b) en c) adviseren? 4
Leg uit. Wat zou (nog) beter zijn?

3. Bereken met behulp van machtreeksontwikkelingen:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x) - \sin(x)}{x^3}.$$
 10

4. Gegeven is de functie $F: D \rightarrow \mathbb{R}$ met $D \subset \mathbb{R}^2$ en

$$F(x, y) = \ln(xy^2) + \arcsin(xy). \text{ Bereken } \frac{\partial F}{\partial x} \text{ en } \frac{\partial F}{\partial y} \text{ in het punt } (\tfrac{1}{2}, 1).$$
 6

5. Laat D het gebied in $\mathbb{R}^2$ zijn dat is ingesloten door de krommen met vergelijkingen $y = x^2$ en $x = y^3$.

- a) Schets het gebied D . 2

- b) Schrijf $\iint_D (y^2 - 2x) \, dA$ als herhaalde integraal. 6

- c) Bereken deze integraal. 6

Normering

Elk onderdeel levert maximaal het in de kantlijn vermelde aantal punten.

Bij n gescoorde punten ($10 \leq n \leq 104$) is het cijfer $c = \frac{n}{10}$ (afgerond, $1 \leq c \leq 10$). 10