

Naam:	St.nr.:
-------	---------

tentamen Analyse (deel 2) – wi 1 100 TI
28 januari 2013, 09.00–11.00 uur

*Deelname aan dit tentamen is voorbehouden aan wie zich hebben opgegeven.
Zo nodig wordt je werk onbeoordeeld terzijde gelegd.*

KORT ANTWOORDVRAGEN

*Op de volgende vragen volstaat een kort antwoord; argumentatie wordt niet verlangd.
Je mag hierbij alleen het **formuleblad** van het instellingspakket gebruiken.
Gebruik van rekenmachines, boeken en aantekeningen is **niet** toegestaan.
Ook onderling contact en het gebruik van communicatieapparatuur zijn **niet** toegestaan.*

1. Gegeven is de rij met elementen $a_n = n^2 \sin \frac{1}{n}$.
Is deze rij dalend, stijgend of geen van beide?
Is deze rij begrensd / alleen naar boven / alleen naar beneden begrensd / niet begrensd?
Let op: twee antwoorden gevraagd.

6

2. Bepaal de som van de meetkundige reeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 \cdot 3^{n-1}}{4^{2n+1}}.$$

6

3. Een student probeert het kenmerk van Leibniz (boek: *Alternating series test*) toe te passen op de *divergente* reeks $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos n}{n}$.
Welke van de voorwaarden is of zijn niet vervuld?

6

4. Gegeven de machtreeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{3^{n-1}}$.

Bepaal de convergentiestraal R .

Aanwijzing: schrijf de reeks eerst in standaardvorm.

6

LANG ANTWOORDVRAGEN

Voorzie elk antwoord van een deugdelijke argumentatie en geef exacte antwoorden.

Je mag hierbij alleen het **formuleblad** van het instellingspakket en een **rekenmachine** gebruiken.

Onderling contact en het gebruik van communicatieapparatuur zijn **niet** toegestaan.

1. Stel van elk van de volgende reeksen vast of ze divergent, relatief (*conditionally*) convergent of absoluut convergent is, en vermeld het kenmerk dat je gebruikt:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{\sqrt{n}};$ 6

b) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{1 + n^2}.$ 8

2. Een zekere functie $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ heeft als Taylorreeksontwikkeling

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n}} (x - 3)^n.$$

- a) Bepaal van de reeks de convergentiestraal R en het convergentie-interval I . 10

- b) Door te vergelijken met de algemene gedaante van een Taylorreeks zijn afgeleiden van f uit de machtreks af te lezen. 4

Bepaal op deze wijze $f'''(3)$.

3. Bereken met behulp van machtreksontwikkelingen:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x^2) + \cos(2x) - 1}{x^4}.$$
 10

4. Gegeven is de functie $F : D \rightarrow \mathbb{R}$ met $D \subset \mathbb{R}^2$ en

$$F(x, y) = (3x - 2) \ln(x + y) + 2xy.$$

- a) Bereken de (twee) eerste-orde partiële afgeleiden van F . 8

- b) Lineariseer F in het punt $(-1, 2)$. 6

5. Gegeven is de herhaalde integraal $\int_1^2 \int_0^{\frac{1}{x}} e^{xy} dy dx$.

- a) Teken het integratiegebied. 4

- b) Bereken de integraal. 10

BONUS Verwisselen van de integratievolgorde is niet aantrekkelijk.

Probeer het, en leg uit waarom dat niet aantrekkelijk is. 4

Normering

Elk onderdeel levert maximaal het in de kantlijn vermelde aantal punten.

Bij n gescoorde punten ($10 \leq n \leq 104$) en q als resultaat van de quizzen voor deel 2 ($0 \leq q \leq 1$)

is het cijfer $c = \frac{n}{10} + q$ (afgerond, $1 \leq c \leq 10$). 10