

tentamen Analyse (deel 2) – wi 1 100 TI
 30 januari 2012, 09.00–11.00 uur

*Deelname aan dit tentamen is voorbehouden aan wie zich hebben opgegeven.
 Zo nodig wordt je werk onbeoordeeld terzijde gelegd.*

*Je mag het formuleblad van het instellingspakket en een rekenmachine gebruiken.
 Onderling contact en het gebruik van communicatieapparatuur zijn niet toegestaan.*

Voorzie elk antwoord dient van een deugdelijke argumentatie en geef exacte antwoorden.

1. Gegeven is de rij $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ (Stewart: $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$) met $a_n = \frac{\sin^2 n}{n^2}$.
 - a) Ga na of de rij monotoon (dalend of stijgend) is. 4
 - b) Toon aan dat de rij begrensd is. 4
 - c) Ga na of de rij een limiet heeft. Zo ja, bepaal $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$. 6

2. Stel van elke van de volgende reeksen vast of ze divergent, relatief (*conditionally*) convergent of absoluut convergent is, en vermeld het kenmerk dat je gebruikt:
 - a) de reeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{2n}$ 6
 - b) de reeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{1}{n}}{n^2}$; en 6
 - c) de reeks $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n^4 - 2n^3 + 4}$. 8

3. Gegeven is de volgende machtreeks:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-1)^n}{n}.$$
 - a) Bepaal van de reeks de convergentiestraal R en het convergentie-interval I . 10
 - b) Noem de somfunctie van de machtreeks $s : I \rightarrow \mathbb{R}$.
 Volgens de theorie is s in het inwendige van I differentieerbaar naar x . 6
 Geef de bijbehorende machtreeksontwikkeling van $s'(x)$.
 - c) [BONUS] Welke functie herken je in deze laatste machtreeksontwikkeling? 4
 Welke functie werd dus gerepresenteerd door de eerste machtreeks?

4. Bereken met behulp van machtreeksontwikkelingen:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x - \sin 2x}{2e^x - 2 - 2x - x^2}. \quad 10$$

5. Gegeven is de functie $F : D \rightarrow \mathbb{R}$ met $D \subset \mathbb{R}^3$ en

$$F(x, y, z) = x \arctan(yz) - z \ln(x - y).$$

Bereken de (drie) eerste-orde partiële afgeleiden van F . 10

6. a) Bereken $\int_0^1 \int_{1-x}^{2-2x} 3x^2 y \, dy \, dx$. 10

b) Teken het integratiegebied. 4

c) Verwissel in de integraal de integratievolgorde (opschrijven, *niet* uitrekenen). 6

Normering

Elk onderdeel levert maximaal het in de kantlijn vermelde aantal punten.

Bij n gescoorde punten ($10 \leq n \leq 100$) en q als resultaat van de quizzen voor deel 2 ($0 \leq q \leq 1$) is het cijfer $c = \frac{n}{10} + q$ (afgerond, $1 \leq c \leq 10$).