

Uitwerkingen en antwoorden instaptoets 2007

1.	Een van de volgende beweringen is niet juist. Welke ? A. $\frac{5}{(2)^{-3}} = 40$ B. $(64)^{\frac{2}{3}} = 16$ C. $\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 5$ D. $\sqrt{\frac{1}{11}} = \frac{1}{11} \sqrt{11}$	A. $\frac{5}{(2)^{-3}} = 5 \cdot 2^3 = 40$ B. $(64)^{\frac{2}{3}} = (2^6)^{\frac{2}{3}} = 2^4 = 16$ C. $\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}} = \frac{1}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5}$ D. $\sqrt{\frac{1}{11}} = \frac{1}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}}{11} = \frac{1}{11} \sqrt{11}$ Antwoord: C
2.	De uitdrukking: $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a}$ is gelijk aan A. $\sqrt[15]{a}$ B. $\sqrt[8]{a}$ C. $\sqrt[8]{a^2}$ D. $\sqrt[15]{a^8}$	$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{5}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = a^{\frac{8}{15}} = \sqrt[15]{a^8}$ Antwoord: D
3.	Welk van de volgende getallen is het grootst? A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt[3]{4}$ C. $\sqrt[4]{8}$ D. $\sqrt[5]{16}$	. $\sqrt{2} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)}$ $\sqrt[3]{4} = 4^{\frac{1}{3}} = (2^2)^{\frac{1}{3}} = 2^{\left(\frac{2}{3}\right)}$ $\sqrt[4]{8} = 8^{\frac{1}{4}} = (2^3)^{\frac{1}{4}} = 2^{\left(\frac{3}{4}\right)}$ $\sqrt[5]{16} = 16^{\frac{1}{5}} = (2^4)^{\frac{1}{5}} = 2^{\left(\frac{4}{5}\right)}$ Antwoord: D

4.	De uitdrukking $\frac{a}{2-a} + \frac{a}{2+a}$ is gelijk aan: A. $\frac{4a}{4-a^2}$ B. $\frac{2a^2}{a^2-4}$ C. $\frac{2a^2}{4-a^2}$ D. $\frac{4a}{a^2-4}$	$\frac{a}{2-a} + \frac{a}{2+a} =$ $\frac{a(2+a)}{(2-a)(2+a)} + \frac{a(2-a)}{(2+a)(2-a)} =$ $\frac{2a + a^2 + 2a - a^2}{4 - a^2} = \frac{4a}{4 - a^2}$ Antwoord:A
5.	De uitdrukking $(\sqrt{11}-\sqrt{7})^2 - (\sqrt{11}+\sqrt{7})^2$ is gelijk aan A. 0 B. $36 - 4\sqrt{77}$ C. -14 D. $-4\sqrt{77}$	$(\sqrt{11}-\sqrt{7})^2 - (\sqrt{11}+\sqrt{7})^2 =$ $11 - 2\sqrt{11} \cdot \sqrt{7} + 7 - (11 + 2\sqrt{11} \cdot \sqrt{7} + 7) = -4\sqrt{11}$ Antwoord:D
6.	Hoeveel verschillende nulpunten heeft de functie $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x$? A. 3 B. 2 C. 1 D. 0	$x^3 - 8x^2 + 16x = 0 \rightarrow x(x^2 - 8x + 16) = 0 \rightarrow$ $x(x-4)^2 = 0 \rightarrow x = 0 \vee x = 4$ Antwoord:B
7.	De uitdrukking $\frac{\ln(\sqrt{e}\sqrt{e})}{\ln(\sqrt{e})}$ is gelijk aan A. $\sqrt{e}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{1}{4}$	$\frac{\ln(\sqrt{e}\sqrt{e})}{\ln(\sqrt{e})} = \frac{\ln \sqrt{e \cdot e^{\frac{1}{2}}}}{\ln(e^{\frac{1}{2}})} =$ $\frac{\ln\left(e^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}}{\ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right)} = \frac{\ln\left(e^{\frac{3}{4}}\right)}{\ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right)} =$ $\frac{\frac{3}{4} \ln e}{\frac{1}{2} \ln e} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$ Antwoord:C

8.	Als $3\ln(y) = x^3 + \ln(8)$, dan is y gelijk aan A. $y = 2e^x$ B. $y = 8e^{\frac{1}{3}x^3}$ C. $y = \frac{8}{3}e^{\frac{1}{3}x^3}$ D. $y = 2e^{\frac{1}{3}x^3}$	$3\ln(y) = x^3 + \ln(8) \rightarrow \ln(y^3) - \ln 8 = x^3 \rightarrow$ $\ln\left(\frac{y^3}{8}\right) = x^3 \rightarrow \frac{y^3}{8} = e^{(x^3)} \rightarrow$ $y^3 = 8e^{(x^3)} \rightarrow y = 2\sqrt[3]{e^{(x^3)}} \rightarrow$ $y = 2\left(e^{(x^3)}\right)^{\frac{1}{3}} = 2e^{\frac{1}{3}x^3}$ Antwoord: D
9.	Als $f(x) = x^2$ en $g(x) = 1 + x$ dan is $f(g(x))$ A. $1 + x^2$ B. $(1 + x)^2$ C. $x^2(1 + x)$ D. $x^2 + (1 + x)$	Als $f(x) = x^2$ en $g(x) = 1 + x$ dan is $f(g(x)) = (1 + x)^2$ Antwoord: B
10.	Gevraagd wordt om de volgende twee vergelijkingen op te lossen (1) $\ln(x^2) = 4$ (2) $(\ln(x))^2 = 4$. Iemand lost deze vergelijkingen als volgt op: (1) $\ln(x^2) = 4 \rightarrow 2\ln(x) = 4 \rightarrow \ln(x) = 2 \rightarrow x = e^2$ (2) $(\ln(x))^2 = 4 \rightarrow \ln(x) = 2 \rightarrow x = e^2$ A. Alleen oplossing (1) is volledig B. Alleen oplossing (2) is volledig C. Beide oplossingen zijn volledig D. Geen van beide oplossingen is volledig	(1) $\ln(x^2) = 4 \Leftrightarrow 2\ln(x) = 4 \rightarrow$ $\ln(x) = 2 \rightarrow x = e^2 \rightarrow$ $x = e^2 \vee x = -e^2$ (2) $(\ln(x))^2 = 4 \Leftrightarrow \ln(x) = 2 \vee \ln(x) = -2$ $\rightarrow x = e^2 \vee x = e^{-2}$ Antwoord: D
11.	De uitdrukking $\ln(e^5 - e^3)$ is gelijk aan A. 2 B. $\frac{5}{3}$ C. $3 + \ln(e^2 - 1)$ D. $3 - \ln(e^2 - 1)$	$\ln(e^5 - e^3) = \ln(e^3(e^2 - 1)) =$ $\ln(e^3) + \ln(e^2 - 1) = 3 + \ln(e^2 - 1)$ Antwoord: C

12.	Gegeven is de functie $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{10 \log(x)}$ Het domein van de functie f bestaat uit die x waarvoor geldt A. $0 < x$ B. $0 < x < 1$ C. $-1 \leq x \leq 1$ D. $-1 \leq x \leq 1$ en $x \neq 0$	$\sqrt{1-x^2}$ bestaat als $(1-x^2) \geq 0 \rightarrow -1 \leq x \leq 1$ $10 \log(x)$ bestaat als $x > 0$ De breuk bestaat als $10 \log(x) \neq 0 \rightarrow x \neq 1$ Dus de uitdrukking bestaat als $0 < x < 1$ Antwoord: B
13.	De uitdrukking $7^{49 \log(3)}$ is gelijk aan A. ${}^7 \log(9)$ B. $\sqrt{3}$ C. ${}^7 \log(\sqrt{3})$ D. 9	$7^{49 \log(3)} = (\sqrt{49})^{49 \log(3)} =$ $\left(49^{\frac{1}{2}}\right)^{49 \log(3)} = 49^{\left(\frac{1}{2} \cdot 49 \log(3)\right)} =$ $\left(49^{49 \log(3)}\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ Antwoord: B
14.	Los de vergelijking $2x+1 = \sqrt{x^2+5}$ op. De vergelijking heeft A. één oplossing x_1. Er geldt dat $x_1 > 1$ B. geen oplossingen C. één oplossing x_1. Er geldt dat $0 < x_1 < 1$ D. twee oplossingen	$2x+1 = \sqrt{x^2+5} \rightarrow$ $(2x+1)^2 = x^2+5 \wedge 2x+1 \geq 0 \rightarrow$ $4x^2+4x+1 = x^2+5 \rightarrow$ $3x^2+4x-4 = 0 \rightarrow$ $x_1 = \frac{-4 + \sqrt{16+48}}{6} \text{ en } x_2 = \frac{-4 - \sqrt{16+48}}{6} \rightarrow$ $x_1 = \frac{4}{6} \text{ en } x_2 = \frac{-12}{6} \text{ (voldoet niet)}$ Antwoord: C
15.	Als $h(x) = f(g(x))$ dan is $h'(x)$ gelijk aan A. $f'(g(x)) \cdot x$ B. $f'(g(x)) \cdot g'(x)$ C. $f'(g(x)) + f(g'(x))$ D. $f'(g(x)) \cdot g(x) + f(g'(x)) \cdot g'(x)$	Dit moet volgens de kettingregel Noem $g(x)=u$ $h'(x) = \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx} = f'(u) \cdot u'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ Antwoord: B

16.	Als $y = \sqrt[3]{x^3 + 8}$ dan kun je $\frac{dy}{dx}$ schrijven als A. $\frac{3x^2}{2\sqrt[3]{x^3 + 8}}$ B. $\frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3 + 8)^2}}$ C. 1 D. $\frac{1}{3\sqrt[3]{(x^3 + 8)^2}}$	$y = \sqrt[3]{x^3 + 8} = (x^3 + 8)^{\frac{1}{3}}$ Differentieren met de kettingregel; $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3}(x^3 + 8)^{-\frac{2}{3}} \cdot 3x^2 =$ $\frac{x^2}{(x^3 + 8)^{\frac{2}{3}}} = \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3 + 8)^2}}$ Antwoord: B
17.	Voor $k > 0$ is $\int_k^{3k} \frac{1}{x} dx$ te herleiden tot A. $\ln(3)$ B. $\ln(2k)$ C. $^k \log(3k)$ D. $\frac{8}{9k^2}$	$\int_k^{3k} \frac{1}{x} dx = [\ln x]_k^{3k} =$ $\ln(3k) - \ln k = \ln\left(\frac{3k}{k}\right) = \ln 3$ Antwoord: A
18.	De integraal $\int_1^2 \left(\frac{1}{x}\right)^3 dx$ is gelijk aan A. $\frac{1}{4} \ln^4(2)$ B. $\ln(8)$ C. $\frac{15}{16}$ D. $\frac{3}{8}$	$\int_1^2 \left(\frac{1}{x}\right)^3 dx = \int_1^2 x^{-3} dx =$ $\left[-\frac{1}{2} x^{-2}\right]_1^2 = \left[\frac{-1}{2x^2}\right]_1^2 =$ $\left(\frac{-1}{8}\right) - \left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{3}{8}$ Antwoord: D
19.	Gegeven is de functie $f(x) = \sin(ax) + \cos(ax)$ met $a \neq 0$. De maximale waarde van deze functie is: A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. afhankelijk van a	Eerste manier redeneren vanuit standaardgrafieken. De variabele a verandert alleen de periode, niet het maximum. Schets de grafieken van $\sin x$ en $\cos x$ en van de som. Je ziet dan dat het maximum groter is dan 1 en op een kwart van de periode ligt. Dus maximum is $\sqrt{2}$ Tweede manier met de afgeleide: $f'(x) = a \cos(ax) - a \sin(ax)$ $f'(x) = 0$ als $a \cos(ax) - a \sin(ax) = 0 \rightarrow$ $a \cos(ax) = a \sin(ax) \rightarrow$ $ax = \frac{1}{4}\pi \rightarrow$ het max is $\sqrt{2}$ Antwoord: C

20.	De functie $f(x) = \cos^2(\frac{1}{2}x) - \sin^2(\frac{1}{2}x)$ heeft A. periode 2π B. periode π . C. periode $\frac{1}{2}\pi$ D. een horizontale lijn als grafiek	Volgens een goniometrische formule geldt: $\cos^2(\frac{1}{2}x) - \sin^2(\frac{1}{2}x) = \cos x$ Dus de periode is 2π Antwoord: A
21.	De afgeleide van $f(x) = (\cos(x) + \sin(x))^2$ is A. 0 B. $2\cos^2(x) - 2\sin^2(x)$ C. $2\sin^2(x) - 2\cos^2(x)$ D. $-2\sin(x)\cos(x)$	Eerste manier $f'(x) =$ $2(\cos(x) + \sin(x)) \cdot (-\sin(x) + \cos(x)) =$ $2(\cos^2(x) - \sin^2(x)) =$ $2\cos^2(x) - 2\sin^2(x)$ Tweede manier $f(x) = (\cos(x) + \sin(x))^2 =$ $\cos^2(x) + 2\sin x \cos x + \sin^2(x) =$ $1 + \sin(2x) \rightarrow f'(x) = 2\cos(2x) =$ $2(\cos^2 x - \sin^2 x)$ Derde manier $f(x) = (\cos(x) + \sin(x))^2 =$ $\cos^2(x) + 2\sin x \cos x + \sin^2(x) =$ $1 + 2\sin x \cos x \rightarrow \text{produktregel}$ $f'(x) = 2\cos x \cdot \cos x + 2\sin x \cdot (-\cos x) =$ $2(\cos^2 x - \sin^2 x)$ Antwoord: B
22.	Een primitieve van de functie $f(x) = \cos(x)\sin(x)$ is gelijk aan A. $\frac{1}{2}\cos^2(x)$ B. $\frac{1}{2}\sin^2(x)$ C. $-\sin^2(x) + \cos^2 x$ D. $-\frac{1}{4}\cos^2(x)\sin^2(x)$	Eerste manier $f(x) = \cos(x)\sin(x) = \frac{1}{2}\sin(2x)$ Dus een primitieve is: $-\frac{1}{4}\cos(2x) + c =$ $-\frac{1}{4}(1 - 2\sin^2(x)) + c =$ $\frac{1}{2}\sin^2(x) + k$ Neem $k=0$ Tweede manier Differentieer de alternatieven $f(x) = \frac{1}{2}\sin^2(x) \rightarrow$ $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2\sin(x) \cdot \cos x = \sin x \cos x$ Antwoord: B

--	--	--