

== Tentamen Analyse 1 ==

Dinsdag 25 maart 2008, 14.00-17.00u

- Schrijf op ieder vel je naam en studienummer.
- Geef niet alleen antwoorden, leg elke stap uit die je maakt.
- Het gebruik van een (grafische) rekenmachine en het TU Delft formuleblad is toegestaan. Bedenk wel, dat exacte antwoorden worden gevraagd, tenzij anders vermeld staat!
- Dit tentamen bestaat uit **vijf** opgaven.

Succes!

1.) De functie f is gegeven door het voorschrift

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{1}{x}\right), & \text{voor } x > 0, \\ \frac{x^2+1}{x+2}, & \text{voor } x \leq 0 \text{ en } x \neq -2. \end{cases}$$

- (a) Toon aan, dat f continu is op $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
 - (b) Bepaal de horizontale, scheve en verticale asymptoot van f .
 - (c) Bereken de afgeleide functie f' en geef diens domein. Is f differentieerbaar in 0? Beargumenteer het antwoord!
 - (d) Laat zien, dat f convex is op $(0, \infty)$.
 - (e) Laat g de beperking zijn van de functie f tot het interval $(-2, \infty)$. Beargumenteer dat g inverseerbaar is, bepaal het domein van g^{-1} en bereken een expliciete uitdrukking voor het functievoorschrift van g^{-1} .
- 2.) Beargumenteer of de volgende reeksen voorwaardelijk convergent, absoluut convergent of divergent zijn. Geef duidelijk aan welke stellingen je daarbij gebruikt!

$$(a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2} \cdot \sin n, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^n}{n!}, \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arctan\left(\frac{1}{n}\right).$$

3.) Bereken

$$(a) \int_0^{1/2} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad (b) \int_0^2 \frac{3x^2 - 7x + 7}{(x-3)(x^2+4)} dx$$

en de oneigenlijke integraal

$$(c) \int_1^{\infty} \frac{1 - \ln x}{x^2} dx.$$

***** Zie ommezijde voor vervolg *****

4.) De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x) = \int_0^{2x^3-3x^2-12x} e^{\sin^6 t} dt.$$

- (a) Beargumenteer, dat f differentieerbaar is op $\mathbb{R}$ en bereken f' .
(b) Bepaal de plaats en aard (lokaal/globaal minimum/maximum) van de extremen van f . (*NIET hun grootte!*)

5.) (a) Bepaal de convergentiestraal van de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n + 2(2n-1)!}{(2n)! 3^n} x^n.$$

- (b) Gebruik standaard Taylorreeksen om te laten zien dat voor $0 \leq x \leq 1$ de machtreeks uit (a) convergeert naar

$$\cos(\sqrt{x}) - \ln\left(1 + \frac{x}{3}\right) - 1.$$

(c) Bepaal

$$\lim_{x \downarrow 0} \frac{\cos(\sqrt{x}) - \ln\left(1 + \frac{x}{3}\right) - 1}{x}.$$

Opgave	1	2	3	4	5
Punten	3+3+3+2+3	3+2+3	3+3+3	3+3	3+3+2