

Tentamen Analyse I, Wi 1600

Maandag 15 januari 2007, 14:00 - 17:00 (**3 uurs tentamen**)

Gebruik van goedgekeurde rekenmachines toegestaan.

Het Delftse formuleblad mag gebruikt worden. Succes !

1. Bepaal de drie oplossingen van de vergelijking $z^3 = -i$ ($z \in \mathbb{C}$)
2. De kromme K met vergelijking $xy^2 + e^{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = 2$ gaat door het punt $(1, 1)$. Bepaal een vergelijking van de raaklijn aan K in het punt $(1, 1)$.
3. De functies $f_c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zijn gegeven door

$$f_c(x) = \begin{cases} x^c \sin x & \text{voor } x \neq 0 \\ 0 & \text{voor } x = 0 \end{cases}$$

- a. Ga na, voor welke c de functie f_c continu op $\mathbb{R}$ is.
 - b. Ga na, voor welke c de functie f_c differentieerbaar is in $x = 0$. Bepaal in de voorkomende gevallen $f'_c(0)$.
4. De functie $\operatorname{arctanh}(x)$ (of $\tanh^{-1}(x)$) is de inverse van $\tanh(x)$.
 - a. Bepaal het domein D van $\operatorname{arctanh}(x)$.
 - b. Laat zien dat voor $x \in D$ geldt

$$\operatorname{arctanh}(x) = \ln R(x),$$

waarbij $R(x)$ een rationale functie is, en bepaal $R(x)$.

5. Bereken

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2 \cos x - 2}{e^{x^2} - 1 - x^2}.$$

6. a. Schrijf met behulp van Taylorreeksen de integraal

$$\int \sin(x^2) dx$$

als machtreeks.

- b. Bepaal met het antwoord uit onderdeel a.

$$\int_0^1 \sin(x^2) dx$$

met een afbreekfout die kleiner is dan 0.001.

7. Bereken

$$\int_1^3 \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2-1}} dx.$$

8. Los het volgende beginwaardeprobleem op:

$$y' + \frac{y}{x} = e^x, \quad y(1) = 1.$$

9. Gegeven is functie $f(x) = \frac{1}{|x|}$. Bepaal de formule voor de n -de afgeleide $f^{(n)}(x)$, voor n oneven.

10. Laat zien dat voor de integratie van een inverse functie $f^{-1}(x)$ geldt:

$$\int f^{-1}(x) dx = \int y f'(y) dy = x f^{-1}(x) - \int f(y) dy.$$

Controleer of u uw naam en inschrijfnummer op uw antwoordblad heeft ingevuld!