

Antwoorden proeftentamen Analyse 1, WI1600

1. (a) $(2e^{\frac{1}{3}\pi i})^{25} = 2^{24}(1 + i\sqrt{3})$
(b) $z = \frac{1}{2} \pm \frac{i}{2}\sqrt{3}$
2. (a) Dit volgt door de definities in te vullen.
(b) De afgeleide van $\cosh x$ is $\sinh x$. Aangezien $e^x \geq e^{-x}$ voor $x \in [0, \infty)$, is de functie $\sinh x \geq 0$ op $[0, \infty)$. Dus $\cosh x$ is stijgend op $[0, \infty)$ en dus injectief.
(c) Dit volgt m.b.v. impliciet differentiëren.
3. Gebruik de Middelwaardestelling met $f(t) = \cos(t + \frac{\pi}{4})$ op het interval $(0, x)$ als $x > 0$ of het interval $(x, 0)$ als $x < 0$.
4. (a) voorwaardelijk convergent
(b) convergent voor alle $x \in \mathbb{R}$
5. (a) scheve asymptoot $y = -x$
(b) globaal maximum in $x = 0$, $f(0) = 2$
lokaal minimum in $x = 2$, $f(2) = -4$
lokaal maximum in $x = \frac{4}{\sqrt{3}}$, $f(\frac{4}{\sqrt{3}}) = -2\sqrt{3}$
6. (a) Deze oneigenlijke integraal is divergent.
(b) 1
7. (a) $\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x+1}{2}\right)^n$, $|x+1| < 2$
(b) Gebruik $e^{-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}$ en integreer termsgewijs.