

Toets lineaire algebra 1, wi1602
 vrijdag 11 november 2011, 9.00-10.30 uur.

Dit werk bestaat uit twee delen: het deel dat nu voor je ligt bevat de open vragen. Tevens is er een deel meerkeuzevragen. Voor de open vragen geldt:

ELK ANTWOORD DIENT TE WORDEN BEARGUMENTEERD.

Er mogen geen hulpmiddelen als rekenmachines, mobiele telefoons, laptops en dergelijke gebruikt worden. Het aantal te behalen punten bij de open vragen is per onderdeel in de kantlijn vermeld. Elke goed beantwoorde meerkeuzevraag levert anderhalve punt op. Het toetscijfer wordt bepaald door bij het aantal behaalde punten drie op te tellen en vervolgens te delen door drie.

1. Gegeven zijn de volgende matrix en vector:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & -6 \\ -2 & -2 & 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad \text{en} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 7 \\ -2 \end{bmatrix} \quad (\alpha \in \mathbb{R}).$$

- (1) (a) Voor welke waarden van α zijn de kolommen van A afhankelijk?
- (2) (b) Voor welke waarden van α is de kolomruimte van A heel $\mathbb{R}^3$? Leg ook uit dat daaruit volgt dat de kolommen van A precies voor die α heel $\mathbb{R}^3$ opspannen.
- (2) (c) Bepaal alle oplossingen van het stelsel $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ als $\alpha = 0$.
- (2) 2. De lineaire afbeelding T van $\mathbb{R}^2$ naar $\mathbb{R}^2$ is de spiegeling in de lijn $y = x$, gevolgd door de rotatie om de oorsprong over 135° met de klok mee. Bepaal de standaardmatrix van T . Een schets en het antwoord volstaan

(2½) 3. Gegeven zijn de volgende matrix (en een bijbehorende echelonvorm) en vectoren:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Laat zien dat $\mathcal{B} = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2\}$ een basis voor $\text{Nul } A$ is.

4. Van een 3×3 matrix A is gegeven dat -1 een eigenwaarde is en $[1, 1, 1]^T$ een bijbehorende eigenvector. Verder is gegeven dat

$$\text{Nul}(A - 2I) = \text{sp} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right).$$

Merk op dat dit een eigenruimte is!!

- (2) (a) Is $[2, 2, 0]^T$ een eigenvector van A ? En $[0, 0, 0]^T$? En $[2, 1, 0]^T$?
- (2) (b) Schrijf $\mathbf{v} = [1, 3, 3]^T$ als lineaire combinatie van eigenvectoren van A en bereken daarmee $A^{17}\mathbf{v}$.

Uitwerkingen van deze toets zullen op blackboard gepubliceerd worden.

Meerkeuzedeel Toets lineaire algebra 1 wi1602 vrijdag 11 november 2011, 9.00-10.30 uur Versie 1	Naam: Studienummer:
--	--

Dit deel bestaat uit negen meerkeuzevragen. Elke goed beantwoorde vraag levert anderhalve punt op. Geef per opgave duidelijk aan welk antwoord je gekozen hebt. Bij twijfelachtige situaties wordt de opgave fout gerekend.

Zet je naam en studienummer bovenaan het blaadje.

1. Een stelsel met parameters $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ is rij equivalent met het stelsel met aangevulde matrix

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & \alpha - 2 & 2\alpha - 4 & -1 \\ 0 & 0 & \alpha^2 - 4 & \beta \end{array} \right].$$

Dit stelsel heeft geen oplossingen als en slechts als

- A. $\alpha = 2$;
 - B. $\beta = 0$ en $\alpha \neq 2$ en $\alpha \neq -2$;
 - C. $\alpha = 2$ of ($\alpha = -2$ en $\beta \neq 0$);
 - D. ($\alpha = 2$ en $\beta \neq 0$) of ($\alpha = -2$ en $\beta \neq 0$).
2. De vectoren $\mathbf{p}$ en $\mathbf{q}$ zijn oplossingen van het stelsel $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ met $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$. Welke van de volgende vectoren is ook een oplossing van $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$?
- A. $\mathbf{p} + \mathbf{q}$;
 - B. $\mathbf{p} - \mathbf{q}$;
 - C. $2\mathbf{p} - 3\mathbf{q}$;
 - D. $3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}$.
3. P en D zijn twee $n \times n$ -matrices, P is inverteerbaar en ongelijk aan I . Verder $A = PDP^{-1}$. Dan geldt
- A. $A = D$;
 - B. $PAP^{-1} = D$;
 - C. $A^k = P^k D^k (P^{-1})^k \quad (k \in \mathbb{N})$;
 - D. $A^k = PD^k P^{-1} \quad (k \in \mathbb{N})$.
4. We doen twee uitspraken:
- 1) elke matrix met onafhankelijke kolommen is inverteerbaar;
 - 2) elke inverteerbare matrix heeft onafhankelijke kolommen.
- Dan geldt:
- A. uitspraak 1 is waar en uitspraak 2 is waar;
 - B. uitspraak 1 is waar en uitspraak 2 is niet waar;
 - C. uitspraak 1 is niet waar en uitspraak 2 is waar;
 - D. uitspraak 1 is niet waar en uitspraak 2 is niet waar.
5. Gegeven is de volgende deelverzameling van $\mathbb{R}^2$:

$$V = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} : x_1 \in \mathbb{Z} \text{ én } x_2 \in \mathbb{Z} \right\}.$$

V bestaat dus uit alle vectoren uit $\mathbb{R}^2$ met *gehele* kentallen. Dan geldt:

- A.** Voor elke $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ is ook $\mathbf{x} + \mathbf{y} \in V$;
Voor elke $c \in \mathbb{R}$ en voor elke $\mathbf{x} \in V$ is ook $c\mathbf{x} \in V$;
- B.** Voor elke $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ is ook $\mathbf{x} + \mathbf{y} \in V$;
Er zijn $c \in \mathbb{R}$ en $\mathbf{x} \in V$ zo dat $c\mathbf{x} \notin V$;
- C.** Er zijn $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ zo dat $\mathbf{x} + \mathbf{y} \notin V$;
Voor elke $c \in \mathbb{R}$ en voor elke $\mathbf{x} \in V$ is ook $c\mathbf{x} \in V$;
- D.** Er zijn $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ zo dat $\mathbf{x} + \mathbf{y} \notin V$;
Er zijn $c \in \mathbb{R}$ en $\mathbf{x} \in V$ zo dat $c\mathbf{x} \notin V$.

6. Van een matrix A is gegeven dat deze rij-equivalent is (dat betekent “te vegen tot”) met

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Welke van de volgende uitspraken is fout

- A.** $\text{Col } A \subset \mathbb{R}^2$;
- B.** $\text{Row } A \subset \mathbb{R}^3$;
- C.** $\text{Nul } A \subset \mathbb{R}^3$;
- D.** $\text{Nul } A^T \subset \mathbb{R}^3$.

7. De afbeeldingen S en T van $\mathbb{R}^2$ naar $\mathbb{R}^2$ worden gedefinieerd door

$$S(x_1, x_2) = (x_1 - 2x_2, x_1x_2) \quad \text{en} \quad T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2 + 1, 3x_1 - 2x_2).$$

Er geldt:

- A.** zowel S als T is lineair;
- B.** S is lineair en T is niet lineair;
- C.** S is niet lineair en T is wel lineair;
- D.** S en T zijn allebei niet lineair.

8. Gegeven zijn de matrices

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{11} + a_{12} + a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{21} + a_{22} + a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{31} + a_{32} + a_{33} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}.$$

Dan geldt:

- A.** $\det(A) = \det(B)$ en $\det(A) = \det(C)$;
- B.** $\det(A) = \det(B)$ en $\det(A) \neq \det(C)$;
- C.** $\det(A) \neq \det(B)$ en $\det(A) = \det(C)$;
- D.** $\det(A) \neq \det(B)$ en $\det(A) \neq \det(C)$.

9. Een matrix A heeft een eigenvector $\mathbf{u}$ bij eigenwaarde 1, een eigenvector $\mathbf{v}$ bij eigenwaarde -3 en een eigenvector $\mathbf{w}$ bij eigenwaarde 0. Er geldt $A(\mathbf{u} + 2\mathbf{v}) =$

- A.** $\mathbf{u} - 6\mathbf{v} + \mathbf{w}$;
- B.** $2\mathbf{u} - 6\mathbf{v} + \mathbf{w}$;
- C.** $\mathbf{u} - 6\mathbf{v}$;
- D.** $\mathbf{u} - 3\mathbf{v}$.

Meerkeuzedeel Toets lineaire algebra 1 wi1602 vrijdag 11 november 2011, 9.00-10.30 uur Versie 2	Naam: Studienummer:
---	--

Dit deel bestaat uit negen meerkeuzevragen. Elke goed beantwoorde vraag levert anderhalve punt op. Geef per opgave duidelijk aan welk antwoord je gekozen hebt. Bij twijfelachtige situaties wordt de opgave fout gerekend.

Zet je naam en studienummer bovenaan het blaadje.

1. Een stelsel met parameters $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ is rij equivalent met het stelsel met aangevulde matrix

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & \alpha - 2 & 2\alpha - 4 & -1 \\ 0 & 0 & \alpha^2 - 4 & \beta \end{array} \right].$$

Dit stelsel heeft geen oplossingen als en slechts als

- A. $\alpha = 2$;
 - B. $\alpha = 2$ of ($\alpha = -2$ en $\beta \neq 0$);
 - C. ($\alpha = 2$ en $\beta \neq 0$) of ($\alpha = -2$ en $\beta \neq 0$);
 - D. $\beta = 0$ en $\alpha \neq 2$ en $\alpha \neq -2$.
2. De vectoren $\mathbf{p}$ en $\mathbf{q}$ zijn oplossingen van het stelsel $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ met $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$. Welke van de volgende vectoren is ook een oplossing van $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$?
- A. $\mathbf{p} + \mathbf{q}$;
 - B. $\mathbf{p} - \mathbf{q}$;
 - C. $3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}$;
 - D. $2\mathbf{p} - 3\mathbf{q}$.
3. P en D zijn twee $n \times n$ -matrices, P is inverteerbaar en ongelijk aan I . Verder $A = PDP^{-1}$. Dan geldt
- A. $A = D$;
 - B. $PAP^{-1} = D$;
 - C. $A^k = PD^kP^{-1} \quad (k \in \mathbb{N})$;
 - D. $A^k = P^kD^k(P^{-1})^k \quad (k \in \mathbb{N})$.
4. We doen twee uitspraken:
- 1) elke matrix met onafhankelijke kolommen is inverteerbaar;
 - 2) elke inverteerbare matrix heeft onafhankelijke kolommen.
- Dan geldt:
- A. uitspraak 1 is waar en uitspraak 2 is waar;
 - B. uitspraak 1 is niet waar en uitspraak 2 is niet waar;
 - C. uitspraak 1 is waar en uitspraak 2 is niet waar;
 - D. uitspraak 1 is niet waar en uitspraak 2 is waar.
5. Gegeven is de volgende deelverzameling van $\mathbb{R}^2$:

$$V = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} : x_1 \in \mathbb{Z} \text{ én } x_2 \in \mathbb{Z} \right\}.$$

V bestaat dus uit alle vectoren uit $\mathbb{R}^2$ met *gehele* kentallen. Dan geldt:

- A.** Voor elke $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ is ook $\mathbf{x} + \mathbf{y} \in V$;
Voor elke $c \in \mathbb{R}$ en voor elke $\mathbf{x} \in V$ is ook $c\mathbf{x} \in V$;
- B.** Er zijn $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ zo dat $\mathbf{x} + \mathbf{y} \notin V$;
Voor elke $c \in \mathbb{R}$ en voor elke $\mathbf{x} \in V$ is ook $c\mathbf{x} \in V$;
- C.** Voor elke $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ is ook $\mathbf{x} + \mathbf{y} \in V$;
Er zijn $c \in \mathbb{R}$ en $\mathbf{x} \in V$ zo dat $c\mathbf{x} \notin V$;
- D.** Er zijn $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ zo dat $\mathbf{x} + \mathbf{y} \notin V$;
Er zijn $c \in \mathbb{R}$ en $\mathbf{x} \in V$ zo dat $c\mathbf{x} \notin V$.

6. Van een matrix A is gegeven dat deze rij-equivalent is (dat betekent “te vegen tot”) met

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Welke van de volgende uitspraken is fout

- A.** $\text{Nul } A \subset \mathbb{R}^3$;
- B.** $\text{Nul } A^T \subset \mathbb{R}^3$;
- C.** $\text{Col } A \subset \mathbb{R}^2$;
- D.** $\text{Row } A \subset \mathbb{R}^3$.

7. De afbeeldingen S en T van $\mathbb{R}^2$ naar $\mathbb{R}^2$ worden gedefinieerd door

$$S(x_1, x_2) = (x_1 - 2x_2, x_1x_2) \quad \text{en} \quad T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2 + 1, 3x_1 - 2x_2).$$

Er geldt:

- A.** zowel S als T is lineair;
- B.** S is niet lineair en T is wel lineair;
- C.** S is lineair en T is niet lineair;
- D.** S en T zijn allebei niet lineair.

8. Gegeven zijn de matrices

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{11} + a_{12} + a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{21} + a_{22} + a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{31} + a_{32} + a_{33} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}.$$

Dan geldt:

- A.** $\det(A) = \det(B)$ en $\det(A) = \det(C)$;
- B.** $\det(A) \neq \det(B)$ en $\det(A) = \det(C)$;
- C.** $\det(A) = \det(B)$ en $\det(A) \neq \det(C)$;
- D.** $\det(A) \neq \det(B)$ en $\det(A) \neq \det(C)$.

9. Een matrix A heeft een eigenvector $\mathbf{u}$ bij eigenwaarde 1, een eigenvector $\mathbf{v}$ bij eigenwaarde -3 en een eigenvector $\mathbf{w}$ bij eigenwaarde 0. Er geldt $A(\mathbf{u} + 2\mathbf{v}) =$

- A.** $2\mathbf{u} - 6\mathbf{v} + \mathbf{w}$;
- B.** $\mathbf{u} - 6\mathbf{v} + \mathbf{w}$;
- C.** $\mathbf{u} - 6\mathbf{v}$;
- D.** $\mathbf{u} - 3\mathbf{v}$.

Meerkeuzedeel Toets lineaire algebra 1 wi1602 vrijdag 11 november 2011, 9.00-10.30 uur Versie 3	Naam: Studienummer:
---	--

Dit deel bestaat uit negen meerkeuzevragen. Elke goed beantwoorde vraag levert anderhalve punt op. Geef per opgave duidelijk aan welk antwoord je gekozen hebt. Bij twijfelachtige situaties wordt de opgave fout gerekend.

Zet je naam en studienummer bovenaan het blaadje.

1. Een stelsel met parameters $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ is rij equivalent met het stelsel met aangevulde matrix

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & \alpha - 2 & 2\alpha - 4 & -1 \\ 0 & 0 & \alpha^2 - 4 & \beta \end{array} \right].$$

Dit stelsel heeft geen oplossingen als en slechts als

- A. $\beta = 0$ en $\alpha \neq 2$ en $\alpha \neq -2$;
 - B. $\alpha = 2$;
 - C. $\alpha = 2$ of $(\alpha = -2$ en $\beta \neq 0)$;
 - D. $(\alpha = 2$ en $\beta \neq 0)$ of $(\alpha = -2$ en $\beta \neq 0)$.
2. De vectoren $\mathbf{p}$ en $\mathbf{q}$ zijn oplossingen van het stelsel $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ met $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$. Welke van de volgende vectoren is ook een oplossing van $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$?
- A. $\mathbf{p} - \mathbf{q}$;
 - B. $\mathbf{p} + \mathbf{q}$;
 - C. $3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}$;
 - D. $2\mathbf{p} - 3\mathbf{q}$.
3. P en D zijn twee $n \times n$ -matrices, P is inverteerbaar en ongelijk aan I . Verder $A = PDP^{-1}$. Dan geldt
- A. $A^k = PD^kP^{-1} \quad (k \in \mathbb{N})$;
 - B. $A^k = P^kD^k(P^{-1})^k \quad (k \in \mathbb{N})$;
 - C. $A = D$;
 - D. $PAP^{-1} = D$.
4. We doen twee uitspraken:
- 1) elke matrix met onafhankelijke kolommen is inverteerbaar;
 - 2) elke inverteerbare matrix heeft onafhankelijke kolommen.
- Dan geldt:
- A. uitspraak 1 is waar en uitspraak 2 is waar;
 - B. uitspraak 1 is niet waar en uitspraak 2 is waar;
 - C. uitspraak 1 is waar en uitspraak 2 is niet waar;
 - D. uitspraak 1 is niet waar en uitspraak 2 is niet waar.
5. Gegeven is de volgende deelverzameling van $\mathbb{R}^2$:

$$V = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} : x_1 \in \mathbb{Z} \text{ én } x_2 \in \mathbb{Z} \right\}.$$

V bestaat dus uit alle vectoren uit $\mathbb{R}^2$ met *gehele* kentallen. Dan geldt:

- A.** Voor elke $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ is ook $\mathbf{x} + \mathbf{y} \in V$;
Voor elke $c \in \mathbb{R}$ en voor elke $\mathbf{x} \in V$ is ook $c\mathbf{x} \in V$;
- B.** Voor elke $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ is ook $\mathbf{x} + \mathbf{y} \in V$;
Er zijn $c \in \mathbb{R}$ en $\mathbf{x} \in V$ zo dat $c\mathbf{x} \notin V$;
- C.** Er zijn $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ zo dat $\mathbf{x} + \mathbf{y} \notin V$;
Voor elke $c \in \mathbb{R}$ en voor elke $\mathbf{x} \in V$ is ook $c\mathbf{x} \in V$;
- D.** Er zijn $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ zo dat $\mathbf{x} + \mathbf{y} \notin V$;
Er zijn $c \in \mathbb{R}$ en $\mathbf{x} \in V$ zo dat $c\mathbf{x} \notin V$.

6. Van een matrix A is gegeven dat deze rij-equivalent is (dat betekent “te vegen tot”) met

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Welke van de volgende uitspraken is fout

- A.** $\text{Nul } A \subset \mathbb{R}^3$;
- B.** $\text{Nul } A^T \subset \mathbb{R}^3$;
- C.** $\text{Col } A \subset \mathbb{R}^2$;
- D.** $\text{Row } A \subset \mathbb{R}^3$.

7. De afbeeldingen S en T van $\mathbb{R}^2$ naar $\mathbb{R}^2$ worden gedefinieerd door

$$S(x_1, x_2) = (x_1 - 2x_2, x_1x_2) \quad \text{en} \quad T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2 + 1, 3x_1 - 2x_2).$$

Er geldt:

- A.** zowel S als T is lineair;
- B.** S en T zijn allebei niet lineair;
- C.** S is niet lineair en T is wel lineair;
- D.** S is lineair en T is niet lineair.

8. Gegeven zijn de matrices

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{11} + a_{12} + a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{21} + a_{22} + a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{31} + a_{32} + a_{33} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}.$$

Dan geldt:

- A.** $\det(A) = \det(B)$ en $\det(A) = \det(C)$;
- B.** $\det(A) = \det(B)$ en $\det(A) \neq \det(C)$;
- C.** $\det(A) \neq \det(B)$ en $\det(A) = \det(C)$;
- D.** $\det(A) \neq \det(B)$ en $\det(A) \neq \det(C)$.

9. Een matrix A heeft een eigenvector $\mathbf{u}$ bij eigenwaarde 1, een eigenvector $\mathbf{v}$ bij eigenwaarde -3 en een eigenvector $\mathbf{w}$ bij eigenwaarde 0. Er geldt $A(\mathbf{u} + 2\mathbf{v}) =$

- A.** $2\mathbf{u} - 6\mathbf{v} + \mathbf{w}$;
- B.** $\mathbf{u} - 6\mathbf{v} + \mathbf{w}$;
- C.** $\mathbf{u} - 3\mathbf{v}$;
- D.** $\mathbf{u} - 6\mathbf{v}$.

Meerkeuzedeel Toets lineaire algebra 1 wi1602 vrijdag 11 november 2011, 9.00-10.30 uur Versie 4	Naam: Studienummer:
--	--

Dit deel bestaat uit negen meerkeuzevragen. Elke goed beantwoorde vraag levert anderhalve punt op. Geef per opgave duidelijk aan welk antwoord je gekozen hebt. Bij twijfelachtige situaties wordt de opgave fout gerekend.

Zet je naam en studienummer bovenaan het blaadje.

1. Een stelsel met parameters $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ is rij equivalent met het stelsel met aangevulde matrix

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & \alpha - 2 & 2\alpha - 4 & -1 \\ 0 & 0 & \alpha^2 - 4 & \beta \end{array} \right].$$

Dit stelsel heeft geen oplossingen als en slechts als

- A. $\beta = 0$ en $\alpha \neq 2$ en $\alpha \neq -2$;
 - B. $\alpha = 2$;
 - C. $(\alpha = 2$ en $\beta \neq 0)$ of $(\alpha = -2$ en $\beta \neq 0)$;
 - D. $\alpha = 2$ of $(\alpha = -2$ en $\beta \neq 0)$.
2. De vectoren $\mathbf{p}$ en $\mathbf{q}$ zijn oplossingen van het stelsel $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ met $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$. Welke van de volgende vectoren is ook een oplossing van $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$?
- A. $\mathbf{p} - \mathbf{q}$;
 - B. $\mathbf{p} + \mathbf{q}$;
 - C. $2\mathbf{p} - 3\mathbf{q}$;
 - D. $3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}$.
3. P en D zijn twee $n \times n$ -matrices, P is inverteerbaar en ongelijk aan I . Verder $A = PDP^{-1}$. Dan geldt
- A. $A^k = PD^kP^{-1} \quad (k \in \mathbb{N})$;
 - B. $A^k = P^kD^k(P^{-1})^k \quad (k \in \mathbb{N})$;
 - C. $PAP^{-1} = D$;
 - D. $A = D$.
4. We doen twee uitspraken:
- 1) elke matrix met onafhankelijke kolommen is inverteerbaar;
 - 2) elke inverteerbare matrix heeft onafhankelijke kolommen.
- Dan geldt:
- A. uitspraak 1 is niet waar en uitspraak 2 is niet waar;
 - B. uitspraak 1 is niet waar en uitspraak 2 is waar;
 - C. uitspraak 1 is waar en uitspraak 2 is niet waar;
 - D. uitspraak 1 is waar en uitspraak 2 is waar.
5. Gegeven is de volgende deelverzameling van $\mathbb{R}^2$:

$$V = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} : x_1 \in \mathbb{Z} \text{ én } x_2 \in \mathbb{Z} \right\}.$$

V bestaat dus uit alle vectoren uit $\mathbb{R}^2$ met *gehele* kentallen. Dan geldt:

- A.** Voor elke $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ is ook $\mathbf{x} + \mathbf{y} \in V$;
Voor elke $c \in \mathbb{R}$ en voor elke $\mathbf{x} \in V$ is ook $c\mathbf{x} \in V$;
- B.** Er zijn $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ zo dat $\mathbf{x} + \mathbf{y} \notin V$;
Voor elke $c \in \mathbb{R}$ en voor elke $\mathbf{x} \in V$ is ook $c\mathbf{x} \in V$;
- C.** Voor elke $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ is ook $\mathbf{x} + \mathbf{y} \in V$;
Er zijn $c \in \mathbb{R}$ en $\mathbf{x} \in V$ zo dat $c\mathbf{x} \notin V$;
- D.** Er zijn $\mathbf{x} \in V$ en $\mathbf{y} \in V$ zo dat $\mathbf{x} + \mathbf{y} \notin V$;
Er zijn $c \in \mathbb{R}$ en $\mathbf{x} \in V$ zo dat $c\mathbf{x} \notin V$.

6. Van een matrix A is gegeven dat deze rij-equivalent is (dat betekent “te vegen tot”) met

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Welke van de volgende uitspraken is fout

- A.** $\text{Nul } A \subset \mathbb{R}^3$;
- B.** $\text{Nul } A^T \subset \mathbb{R}^3$;
- C.** $\text{Col } A \subset \mathbb{R}^2$;
- D.** $\text{Row } A \subset \mathbb{R}^3$.

7. De afbeeldingen S en T van $\mathbb{R}^2$ naar $\mathbb{R}^2$ worden gedefinieerd door

$$S(x_1, x_2) = (x_1 - 2x_2, x_1x_2) \quad \text{en} \quad T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2 + 1, 3x_1 - 2x_2).$$

Er geldt:

- A.** zowel S als T is lineair;
- B.** S en T zijn allebei niet lineair;
- C.** S is lineair en T is niet lineair;
- D.** S is niet lineair en T is wel lineair.

8. Gegeven zijn de matrices

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{11} + a_{12} + a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{21} + a_{22} + a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{31} + a_{32} + a_{33} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}.$$

Dan geldt:

- A.** $\det(A) = \det(B)$ en $\det(A) = \det(C)$;
- B.** $\det(A) \neq \det(B)$ en $\det(A) = \det(C)$;
- C.** $\det(A) = \det(B)$ en $\det(A) \neq \det(C)$;
- D.** $\det(A) \neq \det(B)$ en $\det(A) \neq \det(C)$.

9. Een matrix A heeft een eigenvector $\mathbf{u}$ bij eigenwaarde 1, een eigenvector $\mathbf{v}$ bij eigenwaarde -3 en een eigenvector $\mathbf{w}$ bij eigenwaarde 0. Er geldt $A(\mathbf{u} + 2\mathbf{v}) =$

- A.** $\mathbf{u} - 3\mathbf{v}$;
- B.** $\mathbf{u} - 6\mathbf{v}$;
- C.** $2\mathbf{u} - 6\mathbf{v} + \mathbf{w}$;
- D.** $\mathbf{u} - 6\mathbf{v} + \mathbf{w}$.