

TENTAMEN A482: NEURALE NETWERKEN

donderdag 2 november 1995, 19.00 - 22.00 uur

1. ADALINE

De ADALINE is een eenvoudig type processing element voor de vorming van affiene combinaties:

$$\begin{aligned}y' &= w_0 + w_1x_1 + \dots + w_nx_n = \mathbf{w}^T \mathbf{x} \\ \mathbf{w} &= (w_0, w_1, \dots, w_n)^T \\ \mathbf{x} &= (x_0, x_1, \dots, x_n)^T; x_0 = 1.\end{aligned}$$

We wensen een gewichtsvector $\mathbf{w} = \mathbf{w}^*$ te bepalen zodanig dat de ADALINE een willekeurig proces $y = f(x)$ zo goed mogelijk benadert, d.w.z. dat de LMS (Least Mean Square) error:

$$F(\mathbf{w}) = E[(y_k - y'_k)^2]$$

minimaal is (E is de verwachtingsoperator, $y_k = f(x_k)$, y'_k is de ADALINE-output voor input x_k ; x_k ($k = 1, 2, 3, \dots$) wordt uit R_{n+1} getrokken overeenkomstig een waarschijnlijkheidsdichtheid p).

- a.** Toon aan dat de vector $\mathbf{w}$ loodrecht staat op het hypervlak $\mathbf{w}^T \mathbf{x} = \text{constant}$.
- b.** Wat verstaat men onder voornoemde verwachtingsoperator E?
- c.** Hoe ziet het oppervlak $F(\mathbf{w})$ in R_{n+2} eruit en welke conclusie volgt hieruit voor het bestaan van $\mathbf{w}^*$ (vector $\mathbf{w}$ waarvoor $F(\mathbf{w})$ minimaal is)?
- d.** $\mathbf{w}^*$ kan gevonden worden via de gradient (steepest descent) methode:
$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \alpha E[\delta_k \mathbf{x}_k]; \delta_k = y_k - y'_k.$$
Leid dit af.
- e.** De Widrow/Hoff regel (of Delta Rule) luidt:
$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \alpha \delta_k \mathbf{x}_k.$$
Vergelijk deze regel met de in punt d. genoemde gradient methode.
- f.** De Widrow/Hoff regel kent twee veel voorkomende varianten: de batch versie en de momentum versie. Wat houden deze varianten in?

2. Hopfield Network

- a. Beschrijf architectuur van Hopfield netwerk van n neuronen; geef tekening.
- b. Geef de “update regel” voor het Hopfield netwerk.
- c. Geef de formule voor de energie van het Hopfield netwerk.
- d. Toon mathematisch aan dat een toestandsverandering van het Hopfield netwerk altijd plaats vindt in de richting van *afnemende* energie.
- e. Is het Hopfield netwerk een feedforward of recurrent netwerk? Verklaar antwoord.
- f. Is het Hopfield netwerk een “accretive” of “interpolative” netwerk? Verklaar antwoord.
- g. Is het Hopfield netwerk een auto-associatief of hetero-associatief netwerk? Verklaar antwoord.
- h. Hoeveel stabiele eindtoestanden kan een Hopfield netwerk van n neuronen maximaal hebben.

3. Kohonen Network

Veronderstel, u doet bij enige duizenden mensen metingen m.b.t. hun bloeddruk en hartslag. Alle gemeten waarden liggen in de “(bloeddruk, hartslag)-ruimte” in een gegeven rechthoek, bepaald door de minimale en maximale waarden van deze metingen. U wilt de statistische eigenschappen van de metingen bepalen met behulp van een Kohonen netwerk, bestaande uit 21 neuronen in een 1-dimensionele structuur (d.w.z. een “string” van 21 neuronen).

Veronderstel verder dat $1/3$ van de mensen die u gemeten heeft een erg lage bloeddruk en erg lage hartslag blijkt te hebben (binnen de grenzen van bovengenoemde rechthoek), $1/3$ van de mensen een erg hoge bloeddruk en erg hoge hartslag, terwijl het overige deel van de metingen uniform verdeeld blijkt over het restant van de rechthoek.

Hoe kunt u deze verdeling aflezen uit het getrainde Kohonen netwerk? Beschouw achtereenvolgens

- a -- de “feature map” in de gewichtenruimte van het netwerk
- b -- de “feature map” op het netwerk zelf (topologische continuïteit).

Maak gebruik van tekeningen voor “feature maps” en geef hierbij het nodige commentaar.

4. Group Method of Data Handling (GMDH)

Een onbekende functie $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ moet zo goed mogelijk benaderd worden m.b.v. een GMDH netwerk.

- a -- Hoe ziet de architectuur van een dergelijk netwerk er uit? Hoeveel neuronen zijn er in de eerste laag, de enerlaatste laag en de laatste laag? Verklaar uw antwoorden.

Geef voor iedere klasse aan wat daarmee bedoeld wordt, en geef per klasse een voorbeeld.

5. Gegeven een Hopfield netwerk van n neuronen.

- a. Geef de “update regel” voor het Hopfield netwerk.
- b. Geef de formule voor de energie van het Hopfield netwerk.
- c. Toon mathematisch aan dat een toestandsverandering van het Hopfield netwerk altijd plaats vindt in de richting van *niet-toenemende* energie.

6. In het boek Neurocomputing van Robert Hecht-Nielsen wordt een volledig hoofdstuk gewijd aan “mapping networks”. Voorbeelden van deze multilayer netwerken zijn het backpropagation *neuraal* netwerk en het GMDH (Group Method of Data Handling) *neuraal* netwerk :

a. Afbeeldende netwerken (mapping networks) beelden input vectoren af op output vectoren. Dit doen echter associatieve netwerken ook. Wat is dan het verschil tussen deze “mapping networks” en associatieve netwerken?

b. Ten behoeve van training van bijvoorbeeld een backpropagation *neuraal* netwerk wordt de beschikbare data verdeeld over:

- training set
- training test set
- test set

Wat houden *deze* sets in en *verklaar* waarom ze nodig zijn.

c. Bij het backpropagation trainingsproces wordt de “mean squared error function” of kortweg de “error function” geminimaliseerd. Wat is deze error function? Geef mathematische beschrijving.

d. Wat is “error surface” van het backpropagation netwerk? Geef enige eigenschappen van de “error surface”.

=====