

1. Beschouw $f : A \rightarrow B$.

- (1) a. Geef de definitie dat f een bijectie is.
- (1) b. Geef een voorbeeld van oneindige verzamelingen A en B en een functie $f : A \rightarrow B$ die injectief maar niet surjectief is. Bewijs dat je voorbeeld de gewenste eigenschappen heeft.
- (1) c. Geef een voorbeeld van oneindige verzamelingen A en B en een functie $f : A \rightarrow B$ die surjectief maar niet injectief is. Bewijs dat je voorbeeld de gewenste eigenschappen heeft.

(3) 2. Bewijs dat voor alle natuurlijke getallen geldt:

$$\sum_{k=1}^n 4k^3 = n^2(n+1)^2.$$

- (1) 3. a. Formuleer de Ongelijkheid van Rekenkundig en Meetkundig Gemiddelde.
- (2) b. Vind met behulp van de Ongelijkheid van Rekenkundig en Meetkundig Gemiddelde positieve reële getallen a , b en c zó dat $2a^2 + 3b^2 + 2c^2$ minimaal is als gegeven is dat $abc = 12$.

- (1) 4. a. Laat $a \in \mathbb{R}$ en $(a_n)_{n \geq 0}$ een rij in $\mathbb{R}$ zijn. Geef de definitie van $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$.
- (2) b. Bewijs: als $(\sum_{k=0}^n a_k)_{n \in \mathbb{N}}$ convergent is dan geldt $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
- (1) c. Bewijs of weerleg: De reeks $(\sum_{k=0}^n (-2)^k)_{n \in \mathbb{N}}$ is convergent.

- (1) 5. a. Geef de definitie van een Cauchy-rij in $\mathbb{R}$.
- (2) b. Bewijs dat iedere convergente rij in $\mathbb{R}$ een Cauchy-rij is.

6. Zij $A \subseteq \mathbb{R}$.

- (1) a. Geef de definitie van de continuïteit van een functie $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ in een punt $c \in A$.
- (2) b. Neem aan dat beide functies $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ en $g : A \rightarrow \mathbb{R}$ continu in $c \in A$ zijn. Bewijs dat de somfunctie $f + g : A \rightarrow \mathbb{R}$ continu in c is.

(2) 7. Formuleer de Middelwaardestelling en de Middelwaardeongelijkheid.

Zie ook de volgende bladzijde.

- (2) 8. a. Geef de definitie van de Riemann-integraal.
(1) b. Bewijs of weerleg: Elke begrensde functie $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ is Riemann-integreerbaar.

9. Beschouw de functierij $(f_n)_{n \geq 0}$ met $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door

$$f_n(x) = |\cos(x)|^n.$$

- (2) a. Bewijs of weerleg: er is een $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zó dat de functierij $\{f_n\}_{n \geq 0}$ puntsgewijs naar f convergeert.
(1) b. Bewijs of weerleg: er is een $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zó dat de functierij $\{f_n\}_{n \geq 0}$ uniform naar f convergeert.

De waardering voor elke vraag staat in de kantlijn; het tentamencijfer wordt berekend volgens de formule

$$\text{Tentamencijfer} = \frac{\text{Totaal} + 3}{3}$$

en afgerond op halve cijfers.

EINDE