

- (3) 1. Bewijs of weerleg: de intervallen $(-1, 2]$ en $[1, 2)$ zijn gelijkmachting.
- (2) 2. Bewijs of weerleg: de verzameling van alle oneven natuurlijke getallen is aftelbaar.
- (2) 3. Bewijs met volledige inductie dat voor alle natuurlijke getallen $n \geq 1$ de volgende vergelijking geldt:

$$\sum_{k=1}^n 4k^3 = n^2(n+1)^2$$

- (1) 4. a. Formuleer de Ongelijkheid van Cauchy.
- (3) b. Vind het maximum en het minimum van $x + 2y - z$ onder de nevenvoorwaarde dat $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
5. Laat $V = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$.
- (3) a. Vind $\inf V$ en $\sup V$; gebruik duidelijke argumenten.
- (1) b. Vind $\min V$ en $\max V$; gebruik duidelijke argumenten.

6. Een functie $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ heet Lipschitz continu als een $K \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ bestaat zó dat

$$|f(x) - f(y)| \leq K|x - y|$$

voor alle $x, y \in [a, b]$.

- (2) a. Bewijs met behulp van de definitie: een Lipschitz continue functie $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ is continu.
- (1) b. Bewijs of weerleg: een Lipschitz continue functie $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ is uniform continu.

7. Beschouw de rij

$$\left(\frac{2 - n^2}{3n^2} \right)_{n \geq 1}.$$

- (2) a. Bewijs met behulp van de definitie dat de rij convergent is en vind zijn limiet.
- (1) b. Bewijs of weerleg: de rij is een Cauchy-rij.

Zie ook de volgende bladzijde.

- (1) 8. a. Formuleer de differentieerbare versie van de Inverse-functiestelling.
- (2) b. Vind met behulp van de Inverse-functiestelling $\frac{d}{dx} \arctan x$; controleer ook dat aan alle voorwaarden voldaan is. (Je mag de volgende formule gebruiken: $\frac{d}{dx} \tan x = 1 + \tan^2 x$.)
- (3) 9. Bewijs of weerleg: elke begrensde functie $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ is Riemann-integreerbaar.

De waardering voor elke vraag staat in de kantlijn.

Het tentamencijfer wordt berekend volgens de formule

$$\text{Tentamencijfer} = \frac{\text{Totaal} + 3}{3}.$$

EINDE