

1. Beschouw de functie $f : [2, 3) \rightarrow B$ gegeven door $f(x) = \frac{1}{x-4}$.
- (4) (a) Bewijs dat f injectief is.
- (5) (b) Bepaal B zó dat f surjectief is en bepaal in dit geval de inverse van f .
- (9) 2. Bewijs met behulp van volledige inductie dat voor alle natuurlijke getallen $n \geq 0$ geldt
- $$\sum_{k=0}^n 2k = n(n+1).$$
- (9) 3. Laat a en b natuurlijke getallen zijn en neem aan dat $a = qb + r$ met $q, r \in \mathbb{Z}$ en $0 \leq r < b$. Vind het quotiënt en de rest bij deling van $-a$ door b en verklaar je antwoord.
4. Beschouw de permutatiegroep $(S_3, \circ)$ van alle permutaties op de verzameling $\{1, 2, 3\}$. Laat
- $$\varphi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \varphi_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$
- zijn.
- (3) (a) Vind $\varphi_2 \circ \varphi_3$ en $\varphi_3 \circ \varphi_2$.
- (3) (b) Bewijs of weerleg: $(S_3, \circ)$ is commutatief.
- (3) (c) Bewijs of weerleg: φ_2 is een generator van $(S_3, \circ)$.
- (9) 5. Toon aan dat elk reëel polynoom van graad 3 reducibel is, dat wil zeggen, dat het geschreven kan worden als een product van reële eerste- of tweedegraads polynomen.

De waardering voor elke vraag staat in de kantlijn; het cijfer wordt berekend volgens de formule

$$\text{Cijfer} = \frac{\text{Totaal} + 5}{5}.$$

EINDE