

- (9) 1. Bewijs met behulp van volledige inductie dat voor alle natuurlijke getallen  $n \geq 1$  geldt

$$\sum_{k=1}^n 4k^3 = n^2(n+1)^2.$$

- (9) 2. Bewijs dat een natuurlijk getal deelbaar is door drie dan en slechts dan als de som van zijn cijfers dat is.

3. Zij  $(G, \star)$  een groep.

- (5) (a) Bewijs dat er precies één eenheidselement van  $G$  bestaat.

- (4) (b) Bewijs dat elke  $y \in G$  precies één inverse heeft.

4. Bewijs of weerleg:

- (5) (a) Elke ondergroep van een abelse groep is abels.

- (4) (b) Elke ondergroep van een niet-abelse groep is niet-abels.

5. Beschouw het polynoom  $p(x) = \frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{6}x^3 + \frac{7}{6}x^2 - \frac{3}{2}x - 3$ .

- (3) (a) Vind alle (reële en complexe) nulpunten van  $p(x)$ .

- (2) (b) Schrijf  $p(x)$  als product van irreducibele complexe polynomen.

- (2) (c) Schrijf  $p(x)$  als product van irreducibele reële polynomen.

- (2) (d) Zijn de ontbindingen gevonden in onderdelen (b) en (c) uniek? Geef duidelijke argumenten.

---

De waardering voor elke vraag staat in de kantlijn; het cijfer wordt berekend volgens de formule

$$\text{Cijfer} = \frac{\text{Totaal} + 5}{5}.$$

EINDE