

Toets Analyse 2, wi1601
vrijdag 12 april 2013, 9.00-11.00

- Een rekenmachine of formuleblad is niet toegestaan.
- Ieder antwoord dient gemotiveerd te worden met een (korte) berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
- De waardering voor iedere vraag staat in de kantlijn. Het cijfer wordt bepaald met de formule
$$\text{Cijfer} = \frac{\text{Totaal} + 5}{5}$$

- (4) 1. a) Maak de volgende definities af.
Een verzameling $D \subset \mathbb{R}^n$ heet *open* als ...
Een verzameling $E \subset \mathbb{R}^n$ heet *gesloten* als ...
- (7) b) Bewijs met de definitie dat $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ een gesloten verzameling in $\mathbb{R}^2$ is.

- (7) 2. a) Bereken

$$\iint_G 4xy^3 d(x, y) \quad \text{met} \quad G = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x \leq \frac{y}{2}, \frac{y^2}{x} \leq 4 \right\}.$$

- (5) b) Het gebied $H \subset \mathbb{R}^4$ is gegeven door

$$H = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : t^4 - x^2 - y^2 - z^2 \geq 0, 0 \leq t \leq 1\}.$$

Bereken $\text{Vol}(H)$.

3. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x, y) = y\sqrt{x^2 + y^2}.$$

- (4) a) Bepaal de partiële afgeleiden $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ en $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ voor $(x, y) \neq (0, 0)$.
- (4) b) Geef een vergelijking van het raakvlak V aan de grafiek van f in het punt $(1, 1, f(1, 1))$, en geef een normaalvector op V .
- (6) c) Toon aan met de definitie van continuïteit dat f continu is in $(0, 0)$.
- (3) d) Bereken $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ en $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.
- (5) e) Onderzoek of f differentieerbaar is in $(0, 0)$.

EINDE