

Voorbeeldtoets Analyse 2, wi1601
maart 2012

- Een rekenmachine of formuleblad is niet toegestaan.
 - Ieder antwoord dient gemotiveerd te worden met een (korte) berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
-

1. a) Maak de volgende definitie af.

Zij $D \subset \mathbb{R}^n$. Het punt $\mathbf{a} \in D$ heet een *inwendig punt* van D als ...

De verzameling van alle inwendige punten van D noteren we als $\text{int}(D)$.

b) Bewijs of weerleg: Als $\text{int}(D) = \emptyset$, dan is D gesloten.

2. De functie $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ is lineair. Toon aan dat $\mathbf{f}$ continu is in $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$.

3. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(1-x-y+xy)(x-1)}{(x-1)^2 + (y-1)^2} & (x, y) \neq (1, 1), \\ 0 & (x, y) = (1, 1). \end{cases}$$

a) Bepaal $f_x(1, 1)$ en $f_y(1, 1)$.

b) Zijn de partiële afgeleiden $f_x(x, y)$ en $f_y(x, y)$ continu in $(1, 1)$?

c) Is f differentieerbaar in $(1, 1)$?

4. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x, y) = \arctan(xy).$$

a) Geef de vergelijking van het raakvlak V aan de grafiek van f in het punt $(1, 1, \frac{\pi}{4})$.

b) Bepaal het tweede orde Taylor polynoom van f rond $(1, 1)$.

5. Bereken

$$\iint_G y^2 e^{y^2} d(x, y), \quad \text{waarbij } G = \left\{ (x, y) \mid \frac{x}{2} \leq y \leq x, 0 \leq y \leq 1 \right\}.$$

Antwoorden:

1b) D hoeft niet gesloten te zijn

3a) $f_x(0,0) = 0$ en $f_y(0,0) = 0$

3b) nee, beide niet continu in $(1,1)$

3c) nee

4a) $V : z = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{2}(y-1)$

4b) $T_2(x,y) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{2}(y-1) - \frac{1}{4}(x-1)^2 - \frac{1}{4}(y-1)^2$

5. $\frac{1}{2}$