Tentamen Algebra 1, 30 Juni 2002

Geef steeds een volledige uitwerking, eventueel met verwijzingen naar stellingen uit de syllabus.

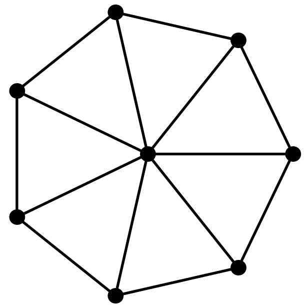
Opgave 1. Het elemenet $\sigma \in S_7$ is gedefinieerd door $1 \mapsto 5$, $2 \mapsto 3$, $3 \mapsto 2$, $4 \mapsto 1$, $5 \mapsto 7$, $6 \mapsto 6$ en $7 \mapsto 4$.

(a) Wat is de orde van σ?

(b) Hoeveel banen heeft de werking van de groep $\langle \sigma \rangle$ op de verzameling $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$?

(c) Bereken σ^{2002}.

Opgave 2. De symmetriegroep D_7 van de regelmatige 7-hoek werkt op de 8 hoekpunten in de tekening hiernaast: 1 in het midden en 7 aan de buitenkant. We hebben een verfdoos met r kleuren voor een zekere $r \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$. Op hoeveel niet-equivalente manieren kunnen we de 8 punten met r kleuren kleuren? (Twee kleuringen heten equivalent als een element van D_7 de ene in de ander overvoert.)



Opgave 3. Laat $f : S_4 \to D_5$ een groepshomomorfisme zijn.

(a) Bewijs dat $f(S_4)$ een ondergroep is van D_5.

(b) Bewijs dat $f(S_4)$ orde 1 of 2 heeft.

(c) Bewijs dat A_4 bevat is in $\mathrm{Ker}(f)$.

Opgave 4.

(a) Zijn S_3 en $C_2 \times A_3$ isomorf? Bewijs je antwoord.

(b) Zijn S_4 en $C_2 \times A_4$ isomorf? Bewijs je antwoord.

(c) Zijn A_4 en $C_2 \times S_3$ isomorf? Bewijs je antwoord.

— SUCCES —