

Toets Inleiding Kansrekening WI1614.

2 april 2013, 9:00-12:00

- De toets bestaat uit 15 onderdelen. Met ieder onderdeel kan maximaal 2 punten verdiend worden.
 - Er mag een formuleblad (formaat A4) met zelfgekozen formules meegenomen worden.
 - Er mag ook een (mogelijk grafische) rekenmachine gebruikt worden.
-

1. Een bron zendt onafhankelijk de symbolen 0 of 1 uit, met gelijke kans. Een ontvanger leest wat de bron uitzendt en maakt hierbij fouten. De kans dat de ontvanger "1" leest als de bron "0" heeft uitgezonden is $1/10$, de kans dat de ontvanger "0" leest als de bron "1" heeft uitgezonden is $1/20$.
 - a) Wat is de kans dat de ontvanger een 1 leest?
 - b) Gegeven dat de ontvanger een 0 leest, wat is de kans dat een 1 werd uitgezonden?
 - c) Indien 10 symbolen worden uitgezonden wat is dan de kans dat precies 2 symbolen fout gelezen worden?
 - d) Wat is de verwachting van het aantal symbolen dat moet worden uitgezonden voordat we tweemaal een 1 gelezen hebben?
2. X is een continue stochast met kansdichtheid

$$f_X(x) = \begin{cases} 8(x^3 - x^7) & \text{voor } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{elders} \end{cases} \quad (1)$$

- a) Laat zien dat f_X wel degelijk een kansdichtheid definieert en bereken de bijbehorende cumulatieve verdelingsfunctie.
- b) Bereken de verwachting en de variantie van X .
- c) Bereken de kansdichtheid van $Y = \sqrt{-\ln(X)}$.
- d) Zij U een uniform verdeelde stochast op het interval $[0, 1]$. Voor welke functie h geldt dat $h(U)$ verdeeld is zoals X ?

- e) We trekken onafhankelijke random getallen $x_1, \dots, x_n, \dots$ verdeeld zoals X en stoppen de trekking als de waarde $1/2$ overschreden wordt. Wat is dan de kans dat we 4 of meer trekkingen nodig hebben?

3. (X, Y) is een tweedimensionale continue stochast met kansdichtheid

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} e^{-x} & \text{voor } x \geq 0 \text{ en } 0 \leq y \leq x \\ 0 & \text{elders} \end{cases} \quad (2)$$

- a) Bereken de marginale kansdichtheden van X en Y .
- b) Zijn X en Y onafhankelijk? Beargumenteer uw antwoord.
4. Zijn de volgende uitspraken juist of fout? Beargumenteer (bondig) uw antwoord.
- a) Voor twee stochasten X en Y geldt $V(X) > 0$, en $V(X - Y) = 0$. Dan kunnen X en Y niet onafhankelijk zijn.
- b) We bekijken een netwerk van 100 personen. Elk (ongeordend) paar personen kennen elkaar met kans $1/100$, onafhankelijk voor alle (verschillende) paren. De kans dat een gegeven persoon uit dit netwerk niemand kent is dan benaderend gelijk aan $1/e$.
- c) Voor de levensduur van een brug gebruikt men een stochast X waarvoor geldt $P(X > x) = e^{-\sqrt{x}}$ ($x > 0$). Deze verdeling is niet geheugenloos.
- d) Indien voor twee stochasten geldt $V(X) = 1 = V(Y)$, dan is het niet mogelijk dat $cov(X, Y) = 2$.