

Tentamen Analyse 3, WI2601
Vrijdag 27 maart 2009, 14.00-17.00.

- Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven.
 - Alle antwoorden dienen beargumenteerd te worden.
 - Normering: als aangegeven (totaal 100 punten te verdienen).
-

1. (a) (10) Bereken de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y'' + 2y' - 15y = 0, \quad y = y(t), t \in \mathbb{R}.$$

- (b) (10) Bereken de algemene oplossing van

$$y'' + 2y' - 15y = e^{3t}.$$

2. (30). Bereken de algemene oplossing van het stelsel

$$\begin{cases} \dot{x} &= x + z \\ \dot{y} &= y - z \\ \dot{z} &= -2x - z \end{cases}.$$

3. In $\mathbb{R}^2$ bekijken we het niet-lineaire stelsel

$$\begin{cases} \dot{x} &= (x-y)(y+1) \\ \dot{y} &= x-y^2 \end{cases}.$$

- (a) (5). Bereken de evenwichtspunten.
- (b) (15). Onderzoek de stabiliteit van de evenwichtspunten (stabiel/asymptotisch stabiel/niet stabiel).

4. We bekijken de 2^{de} -orde niet-lineaire vergelijking

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + z^2 - 1 = 0, \quad z = z(t). \quad (1)$$

- (a) (5). Schrijf d.m.v. de substituties $x = z$, $y = \dot{z}$, de differentiaalvergelijking (1) als een stelsel van 1^{ste} -orde vergelijkingen en bereken de evenwichtspunten van dit stelsel.
- (b) (5). Stel een differentiaalvergelijking op voor de banen van het stelsel en los deze vergelijking op.
- (c) (10). Teken de baan die door $(0,0)$ gaat (geef hierbij duidelijk de doorlooprichting aan).
- (d) (5). Verklaar waarom de oplossing $z = z(t)$ van (1) die voldoet aan $z(0) = \dot{z}(0) = 0$ periodiek is. Motiveer uw antwoord!
- (e) (5). Heeft de vergelijking (1) oplossingen die niet periodiek zijn? Motiveer uw antwoord.