

Tentamen 'Systeemtheorie' (WI2609)

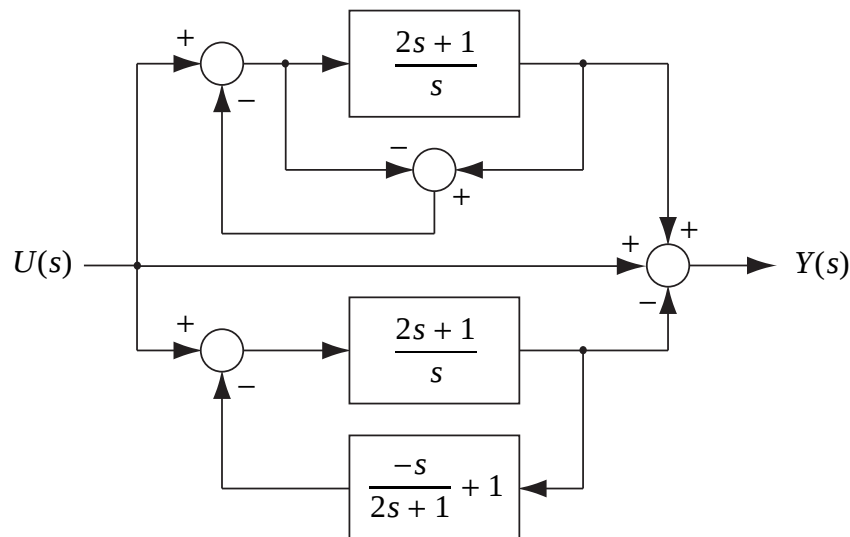
Vrijdag 29 Juni, 2012, 09.00–12.00 uur

Opmerkingen:

1. Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven, verdeeld over 2 pagina's.
2. Elk antwoord dient te worden voorzien van een argumentatie of berekening.
3. Het gebruik van een rekenmachine is toegestaan.
4. Tentamencijfer = $1 + \frac{\text{totaal aantal punten}}{10}$.
5. Lees elke vraag aandachtig alvorens te antwoorden.
6. Succes!

(10pt)

1. Gegeven het volgende blokschema (flow diagram).



- (a) Bepaal de overdrachtsfunctie (Eng. transfer function) $H(s)$ zodanig dat $Y(s) = H(s)U(s)$.
- (b) Is de onder (a) gevonden overdrachtsfunctie $H(s)$ eigenlijk (Eng. proper) of strikt eigenlijk (Eng. strictly proper)? Motiveer uw antwoord.

(30pt)

2. Gegeven het systeem

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ -1 & -3 & 2 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} u, \quad y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} x.$$

- (a) Is het systeem regelbaar? Wat is de regelbare deelruimte?
- (b) Bepaal een toestandstransformatiematrix T zodanig dat het systeem kan worden gesplitst in een regelbaar en een niet-regelbaar deel. Geef de bijbehorende systeemmatrix $\tilde{A}$, ingangsmatrix $\tilde{B}$ en uitgangsmatrix $\tilde{C}$.

- (c) Kan de toestand $x(0) = (0, 1, 0)^T$ naar de oorsprong (dwz, de nul-toestand $(0, 0, 0)^T$) worden gestuurd in een eindige hoeveelheid tijd?
- (d) Bereken de overdrachtsmatrix van het systeem.
- (e) Is het systeem BIBO stabiel en asymptotisch stabiel?

(20pt)

3. Beschouw het niet-lineaire mechanische systeem

$$m\ddot{q} + b\dot{q}^3 + kq = 0,$$

waarin $m, b, k > 0$ en $q \in \mathbb{R}$ de verplaatsing voorstelt.

- (a) Schrijf het systeem in toestandsvorm en bepaal het (de) evenwichtspunt(en).
- (b) Wat kun je zeggen over de stabiliteit van het (de) evenwichtspunt(en) op basis van Lyapunov's linearisatiemethode (eerste) methode?
- (c) Is $V(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}(m\dot{q}^2 + kq^2)$ een Lyapunov functie voor het punt $(q^*, \dot{q}^*) = (0, 0)$?
- (d) Kan op basis van Lyapunov's directe (tweede) methode worden geconcludeerd dat het punt $(q^*, \dot{q}^*) = (0, 0)$ asymptotisch stabiel is?

(30pt)

4. Gegeven het systeem:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u, \quad y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} x.$$

- (a) Bereken e^{At} .
- (b) Is het systeem BIBO stabiel en asymptotisch stabiel?
- (c) Bestaat er een terugkoppelingsregelaar $u = Fx$ zodanig dat de eigenwaarden van het geregelde systeem op $\{-1, -1, -2\}$ liggen? Zo ja, wat is F ?
- (d) Is het systeem waarneembaar? Zo nee, levert dit problemen op voor het ontwerp van een waarnemer?