

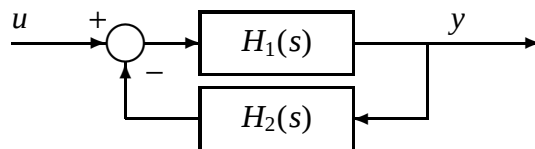
Tentamen 'Systeemtheorie' (WI2609)**Dinsdag 25 juni, 2013, 14.00–17.00 uur**

Opmerkingen:

1. Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven, verdeeld over 2 pagina's.
2. Elk antwoord dient te worden voorzien van een argumentatie of berekening.
3. Het gebruik van een rekenmachine is toegestaan.
4. Tentamencijfer = $1 + \frac{\text{totaal aantal punten}}{10}$.
5. Lees elke vraag aandachtig alvorens te antwoorden.
6. Succes!

(15pt)

1. Gegeven de feedback interconnectie van twee systemen:



met $H_1(s) = \frac{s-1}{s^2+2s+5}$ en $H_2(s) = \frac{s+k}{s^2+2s-3}$, waarbij $k \in \mathbb{R}$.

- (a) Bepaal de overdrachtsfunctie (Eng. transfer function) $H(s)$ zodanig dat $Y(s) = H(s)U(s)$.
- (b) Voor welke waarde(n) van k heeft de feedback interconnectie een twee-dimensionale toestandsrealisatie (Eng. state space realisation)? Geef een toestandsrealisatie voor elke van de gevonden waarde(n) van k .
- (c) Voor welke waarde(n) van k is de feedback interconnectie stabiel?

(20pt)

2. Gegeven het systeem:
- $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$
- met

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & \alpha \\ 0 & \alpha - 1 & 0 \\ \alpha & -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

waarbij $\alpha \in \mathbb{R}$.

- (a) Voor welke waarde(n) van α is het systeem $\dot{x} = Ax$ asymptotisch stabiel?
- (b) Voor welke waarde(n) van α is het systeem regelbaar (Eng. controllable)?
- (c) Laat zien dat het systeem waarneembaar (Eng. observable) is voor elke α .
- (d) Neem $\alpha = 1$ en bepaal een decompositie van het systeem in termen van een regelbaar en niet-regelbaar deel.

(15pt)

3. Beschouw het niet-lineaire systeem

$$\ddot{\theta} + [2\zeta + \dot{\theta}^2]\dot{\theta} + \theta = 0,$$

met $\zeta \in [0, 1)$.

- (a) Schrijf het systeem in toestandsvorm en bepaal het (de) evenwichtspunt(en).
- (b) Wat kun je zeggen over de stabiliteit van het (de) evenwichtspunt(en) op basis van Lyapunov's linearisatiemethode (eerste) methode?
- (c) Is $V(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}(\dot{\theta}^2 + \theta^2)$ een Lyapunov functie voor het punt $(\theta^*, \dot{\theta}^*) = (0, 0)$?
- (d) Kan op basis van Lyapunov's directe (tweede) methode worden geconcludeerd dat het punt $(\theta^*, \dot{\theta}^*) = (0, 0)$ asymptotisch stabiel is?

(20pt)

4. Gegeven het systeem: $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$ met

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \\ -6 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Laat zien dat het systeem stabiliseerbaar (Eng. stabilizable) is.
- (b) Bestaat er een matrix F zodanig dat de eigenwaarden van $A + BF$ gelijk zijn aan $-2, -2, -2$? Zo ja, bereken zo'n F . Zo nee, leg uit waarom zo'n F niet bestaat.
- (c) Laat zien dat het systeem detecteerbaar (Eng. detectable) is.
- (d) Bestaat er een matrix K zodanig dat de eigenwaarden van $A - KC$ gelijk zijn aan $-3, -3, -3$?

(20pt)

5. Beschouw de volgende uitspraken:

- (a) Elk asymptotisch stabiel systeem is linear.
- (b) Laat A een $n \times n$ matrix en B een $n \times m$ matrix. Als het paar (A, B) stabiliseerbaar is, dan is ook het paar (A^2, B) stabiliseerbaar.
- (c) De matrices

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

hebben dezelfde Jordan vorm.

- (d) De parallelschakeling van een stabiel en instabiel SISO systeem is altijd stabiel.
- (e) Laat A een $n \times n$ matrix en C een $p \times n$ matrix. Als het paar (C, A) waarneembaar is, dan is ook het paar $(C, A - KC)$ waarneembaar, met K een arbitraire $n \times p$ matrix

Bepaal voor elke uitspraak of deze waar is of niet. Motiveer uw conclusie door middel van een eenvoudige redenering, berekening of (tegen)voorbeeld.