

Technische Universiteit Delft
Fac. Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica

Eindtoets Waarderen van Derivaten, Wi 3405TU

Maandag 19 januari 2015, 18:30 - 20:30 uur (2 uurs tentamen)

1.

- a. Wat wordt er in onderstaand Matlab programma berekend? Welke methodes worden hier gebruikt?

```
E = 4; sigma = 0.3; r = 0.03; T = 1;
L = 10; Nx = 50; Nt = 50; k = T/Nt; h = L/Nx;
T1 = diag(ones(Nx-2,1),1) - diag(ones(Nx-2,1),-1);
T2 = -2*eye(Nx-1,Nx-1) + diag(ones(Nx-2,1),1) + diag(ones(Nx-2,1),-1);
mvec = [1:Nx-1];
D1 = diag(mvec);
D2 = diag(mvec.^2);
B = (1+r*k)*eye(Nx-1,Nx-1) - 0.5*k*sigma^2*D2*T2 - 0.5*k*r*D1*T1;
U = zeros(Nx-1,Nt+1);
U(:,1) = max(E-[h:h:L-h]',0);
for i = 1:Nt
    tau = (i-1)*k;
    q1 = k*(0.5*sigma^2 - 0.5*r)*E*exp(-r*(tau+k));
    rhs = U(:,i) + [q1; zeros(Nx-2,1)];
    X = B\rhs;
    U(:,i+1) = X;
end
bca = E*exp(-r*[0:k:T]);
bcb = zeros(1,Nt+1);
U = [bca;U;bcb];
```

- b. Zij gegeven de volgende vergelijking:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{2}\sigma^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}.$$

Geef de resulterende discretisatie met het impliciete BTCS schema in stencilformaat.

- c. Laat met von Neumann stabiliteitsanalyse, op basis van de complexe functie $V_j^i = \xi^i e^{i\beta jh}$ (i de complexe eenheid) als oplossing van de discrete vergelijking, zien dat de BTCS methode onvoorwaardelijk stabiel is.

2. Een zogeheten *gap-optie* is een optie met een *strike* E_1 en een *triggerprijs* E_2 . De triggerprijs bepaalt of de gap-optie een positieve uitbetalingsfunctie (payoff) zal hebben, terwijl de strike de grootte van de uitbetalingsfunctie bepaalt. Een gap *calloptie* heeft een (positieve of negatieve) uitbetalingsfunctie als de aandeelwaarde op eindtijd T groter is dan de triggerprijs:

$$\text{Gap call payoff} = \begin{cases} S_T - E_1, & \text{als } S_T > E_2, \\ 0, & \text{als } S_T \leq E_2. \end{cases}$$

- a. Teken de gap call payoff in de gevallen $E_2 > E_1$, $E_1 = E_2$ en $E_1 > E_2$. Geef voor elk van de drie gevallen een opvallende eigenschap van de uitoefenfunctie. Beschrijf twee verschillen tussen gap-opties en knock-in barrieropties.
- b. In de onderstaande tabel staan drie opties, A, B en C beschreven. Welk van deze drie opties zal de hoogste waarde hebben op $t = 0$?

Gap calloptie	Strike E_1	Trigger E_2
A	50	40
B	50	50
C	50	60

- c. De Black-Scholes waarde van de gap calloptie luidt:

$$\begin{aligned} \text{Gap call}(S, t_0) &= SN(d_1) - E_1 e^{-r(T-t_0)} N(d_2), \\ d_{1,2} &= \frac{\log(S/E_2) + (r \pm \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t_0)}{\sigma\sqrt{T-t_0}} \end{aligned}$$

(plus-teken voor d_1 , min-teken voor d_2). De huidige aandelprijs is 45, de aandeelvolatiliteit is 20 %, de risico-vrije rente is 5 %. Een schrijver verkoopt een Europese gap calloptie met trigger $E_2 = 40$, uitoefenprijs $E_1 = 50$ en $T = 1$ jaar. Bereken hoeveel aandelen de schrijver moet kopen op $t_0 = 0$ om deze optie te delta-hedgen?

3. Bij een *chooser optie*, kan de optiehouder op tijdstip t , $t_0 < t < T$ bepalen of de uitoefenfunctie op tijdstip T een Europese call of een Europese put zal worden, met uitoefprijs E . Als $t < T$ dan geldt: $V(S, E, t) = \max(C(S, E, T-t), P(S, E, T-t))$.

- a. Laat zien, mbv de put-call pariteit, dat voor de waarde van de chooser optie op $t_0 = 0$, en $0 < t < T$, geldt:

$$V(S, E, t_0 = 0) = \max(C(S, E, T), P(S, Ee^{-r(T-t)}, t)).$$

- b. Hoe zou je de chooser optie prijzen met behulp van een binomiale boom?

Controleer of u uw naam en inschrijfnummer op uw antwoordblad heeft ingevuld!