

Tussentoets Waarden van Derivaten, Wi 3405TU

Maandag 3 november 2014 18:30 - 20:30 (**2 uurs tentamen**)

1. Een discreet model voor aandelprijzen is gegeven door:

$$S(t) = S_0 \prod_{i=0}^{L-1} \left(1 + \mu\delta t + \sigma\sqrt{\delta t}Y_i \right), \quad (1)$$

- Beschrijf alle termen, variabelen en parameters die in vergelijking (1) voorkomen.
- Geef tenminste 6 aannames die aan dit aandelprijsmodel, en de analyse die tot een optiemodel leidt, ten grondslag liggen.
- Laat met behulp van de benadering $\log(1 + \epsilon) \approx \epsilon - \epsilon^2/2 + \dots$ (voor kleine waarden van ϵ) zien dat

$$\log \left(\frac{S(t)}{S_0} \right) \approx \sum_{i=0}^{L-1} \left(\mu\delta t + \sigma\sqrt{\delta t}Y_i - \frac{1}{2}\sigma^2\delta tY_i^2 \right).$$

- Laat zien dat

$$\mathbb{E} \left(\mu\delta t + \sigma\sqrt{\delta t}Y_i - \frac{1}{2}\sigma^2\delta tY_i^2 \right) = \mu\delta t - \frac{1}{2}\sigma^2\delta t,$$

en

$$\text{var} \left(\mu\delta t + \sigma\sqrt{\delta t}Y_i - \frac{1}{2}\sigma^2\delta tY_i^2 \right) = \sigma^2\delta t + \text{hogere orde termen}.$$

Geef details over het stochastische proces dat $\log(S(t)/S_0)$ zal volgen.

- Geef aan waarom het proces:

$$S(t) = S_0 \prod_{i=0}^{L-1} (1 + \mu\delta t + \sigma\delta tY_i), \quad (2)$$

niet tot een tevredenstellend aandelenmodel leidt.

2. Beschouw het volgende stukje Matlab code:

```
function [C, Cdel, P, Pdel] = cp(S,E,r,sg,t1)
if t1 > 0
d1 = (log(S/E) + (r + 0.5*sg*sg) * (t1))/(sg*sqrt(t1));
d2 = d1 - sg*sqrt(t1);
N1 = 0.5*(1+erf(d1/sqrt(2)));
N2 = 0.5*(1+erf(d2/sqrt(2)));
C = S*N1-E*exp(-r*(t1))*N2;
Cdel = ??? ;
P = ??? ;
Pdel = ??? ;
else
C = max(S-E,0);
Cdel = ??? ;
P = ??? ;
Pdel = ???;
end
```

- a. Maak de bovenstaande Matlab code af door op de zes plaatsen waar vraagtekens staan de correcte Matlab statements in te vullen.

3. De Black-Scholes formule voor de waarde van een call optie luidt:

$$C(S, t) = SN(d_1) - Ee^{-r(T-t)}N(d_2), \text{ met } d_{1,2} = \frac{\log(S/E) + (r \pm \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

(plus-teken voor d_1 , min-teken voor d_2)

- a. Bereken de delta van een call optie, en laat zien dat geldt:

$$\frac{\partial C}{\partial S} \geq 0.$$

- b. Geef aan welke waarden de call delta zal aannemen als de call korte tijd voor uitoefendatum T ofwel "deep in-the money", ofwel "deep-out-the-money" of "at-the-money" is.

Controleer of u uw naam en inschrijfnummer op uw antwoordblad heeft ingevuld!