

Technische Universiteit Delft
Fac. Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica

Tussentoets Waarderen van Derivaten, Wi 3405TU

Maandag 4 november 2013, 18:30 - 20:30 (2 uurs tentamen)

1. Een strangle is een optieconstructie waarin de investeerder een long positie inneemt in een call en een put met verschillende uitoefenprijzen (K_1 voor de call, en K_2 voor de put, met $K_1 > K_2$), maar met dezelfde uitoefendatum T en op hetzelfde aandeel S .
 - a. Teken de payoff voor de strangle. Geef een overzicht van de uitbetaling op de uitoefendatum, waarbij we voor de aandelprijs $S(T)$ drie verschillende gebieden moeten onderscheiden. Wat zijn de passende rand- en eindvoorwaarden voor de bepaling van de waarde van een strangle met de Black-Scholesvergelijking?
 - b. Wanneer zal een investeerder een strangle kopen, waarbij $K_2 \ll K_1$, en $K_2 < S_0 < K_1$?
2. De Black-Scholes partiële differentiaalvergelijking luidt:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0. \quad (1)$$

- a. Benoem alle parameters en variabelen in deze optieprijsvergelijking, en geef aan welke marktaannames gemaakt zijn om deze vergelijking af te leiden.
- b. Voor een portefeuille, gedefinieerd als volgt,

$$\Pi(S, t) = A(S, t)S + D(S, t),$$

kan de verandering in de portefeuille vergeleken met de optiewaarde, gevonden kan worden als:

$$\Delta(V - \Pi) \approx \left(\frac{\partial V}{\partial t} - rD \right) \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \sum_{i=0}^{L-1} \delta S_i^2. \quad (2)$$

met $L\delta t = \Delta t$.

- Wat is $A(S, t)$ en wat is $D(S, t)$?
- Geef argumenten waarom de laatste term in (2) te schrijven is als:

$$\sum_{i=0}^{L-1} \delta S_i^2 \approx S(t)^2 \sigma^2 \Delta t.$$

- c. Beschrijf in detail waarom $\Delta(V - \Pi) > r\Delta t(V - \Pi)$ tot arbitrage leidt.
- d. Leid af hoe je vanuit vergelijking (2) op vergelijking (1) uitkomt.

3. Beschouw het volgende stukje Matlab code:

```
clf
randn('state',100)
M = 200;
samples = randn(M,1);
ssort = sort(samples);
pvals = [1:M]/(M+1);
zvals = sqrt(2)*erfinv(2*pvals-1);
plot(ssort,zvals,'rx')
hold on
xlim = max(abs(zvals))+1;
plot([-xlim, xlim],[-xlim,xlim],'g--')
title('...')
grid on
```

- a. Beschrijf in detail wat de output van deze code is, en wat een passende titel voor de plot zou zijn.
- b. Beschrijf twee manieren om de verdeling van aandeleprijsen in de markt te bepalen/onderzoeken met behulp van Matlab.

Controleer of u uw naam en inschrijfnummer op uw antwoordblad heeft ingevuld!