

Technische Universiteit Delft
Fac. Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica

Tussentoets Waarderen van Derivaten, Wi 3405TU

Vrijdag 4 november 2011 9:00 - 11:00 (**2 uurs tentamen**)

1. a. Met

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{s^2}{2}} ds,$$

laat zien dat geldt:

$$N(\alpha) + N(-\alpha) = 1.$$

- b. Maak gebruik van het feit dat

$$\mathbb{E}(X + Y) = \mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(Y),$$

en

$$\mathbb{E}(\alpha X) = \alpha \mathbb{E}(X) (\alpha \in \mathbb{R})$$

om aan te tonen dat geldt:

$$\mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))^2) = \mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}(X))^2;$$

en laat hiermee zien dat geldt

$$\text{var}(\alpha X) = \alpha^2 \text{var}(X), \text{ met } \alpha \in \mathbb{R}$$

2. (In opgave 2. mag je gebruik maken van de identiteit:

$$SN'(d_+) - e^{-r(T-t)}EN'(d_-) = 0,$$

waarin $N'(\cdot)$ de afgeleide van $N(\cdot)$ representeert.)

De Black-Scholes formule voor de waarde van een call optie luidt:

$$C = SN(d_+) - Ee^{-r(T-t)}N(d_-), \text{ met } d_{\pm} = \frac{\ln S / (Ee^{-r(T-t)}) \pm \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}.$$

- a. Benoem alle parameters en variabelen in deze formule, en geef aan welke marktaannames gemaakt zijn om deze optieprijsformule af te leiden.

- b. Laat zien dat voor alle S -waarden geldt:

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial S} > 0.$$

- c. Gebruik de Black-Scholes formule om een uitdrukking voor de vega van de call optie af te leiden.

- d. Teken de payoff van een call optie $(S - E)^+$ als een functie van *uitoefenprijs* E , en teken in hetzelfde plaatje ook de waarde van call C (op een zekere tijd voor maturity) als functie van E .

3. Beschouw het volgende stukje Matlab code:

```
sig=0.5; r=0.1; E=1, S0=1; T=0.5; L=1e2; M=50; dt=T/L;  
W = randn(M,L);  
Svals = S0*cumprod(exp((r-sig^2/2)*dt+sig*dt*W),2);  
Svals = [S0*ones(M,1) Svals];
```

- a. Beschrijf wat de code probeert te berekenen, en geef aan waar een programmeerfout gemaakt wordt die tot een verkeerd antwoord leidt (en hoe dit te verbeteren).
- b. Beschrijf hoe je de nauwkeurigheid van de verkregen antwoorden zou kunnen bepalen.

Controleer of u uw naam en inschrijfnummer op uw antwoordblad heeft ingevuld!