

Kansmodellen voor Finance (wi3417tu)

27 januari 2015, 18.30–21.30 uur

(No books, no notes.)

Toelichting. Een antwoord alleen is *niet* voldoende: er dient een motivatie, toelichting of berekening aanwezig te zijn. **Puntenverdeling:** onderdelen **1b** en **4a** zijn elk 0.5 punt waard, de overige onderdelen elk 1 punt; het cijfer is het aantal behaalde punten plus 1.

1. Gegeven een binomiale boom-model met $S_0 = 8$, $u = 2$, $d = 3/4$, $p = q = 1/2$ en (hoe kan het op dit moment anders) $r = 0$. Je hebt 6 Euro om mee te handelen voor twee perioden. Jouw *utility* functie is $U(x) = -1/x$.
 - a. Wat is je verwachte utility op $n = 2$ bij optimaal portfoliomanagement?
 - b. Welke positie in het aandeel moet je innemen op $n = 0$ om dit te behalen?
2. Beschouw het standaard binomiale model voor de ontwikkeling van de aandelprijs met $u = 2$, $d = 1/2$, $r = 1/4$ en $S_0 = 4$.
 - a. Bereken de waarde V_0 van een Amerikaanse put met expiratie $n = 4$ en strike 4.
 - b. Wat gebeurt er met V_0 als expiratie op $n = 5$ ligt in plaats van $n = 4$: omhoog, omlaag, of blijft gelijk?
 - c. Bij een Amerikaanse chooser optie heb je de mogelijkheid om op tijdstip 1 te kiezen uit een Amerikaanse call en een Amerikaanse put met strike 4. Bepaal de waarde van een Amerikaanse chooser optie met looptijd 4.
3. Beschouw het N -periode binomiale rentemodel, met renteproces $R_0, \dots, R_{N-1}$ en kansmaat $\tilde{\mathbb{P}}$.
 - a. Het *discount process* wordt aangeduid met $D_0, \dots, D_N$. Geef de definitie van D_n en laat zien dat uit de definitie

$$B_{n,m} = \tilde{\mathbb{E}}_n \left[\frac{D_m}{D_n} \right]$$

volgt dat $D_n B_{n,m}$, $n = 0, 1, \dots, m$ een martingaal is.

- b. In het boek wordt bewezen dat uit de definitie van $B_{n,m}$ volgt dat elk verdisconteerd vermogensproces (*discounted wealth process*) een martingaal is. Hieruit volgt dat er geen arbitrage mogelijk is; toon dit laatste aan.
- c. Gegeven een *asset price process* $S_0, \dots, S_N$ in dit model. Een stelling in het boek zegt: als de *zero-coupon bonds* van alle looptijden kunnen worden verhandeld, dan geldt voor de m -forward prijs van deze asset:

$$\text{For}_{n,m} = \frac{S_n}{B_{n,m}}.$$

Geef een portfolio/arbitrage argument dat laat zien dat dit wel de prijs *moet* zijn.

4. Gegeven is het drie-periode rentemodel met risico-neutrale kansen, waarvan het verloop afhangt van worpen van een munt:

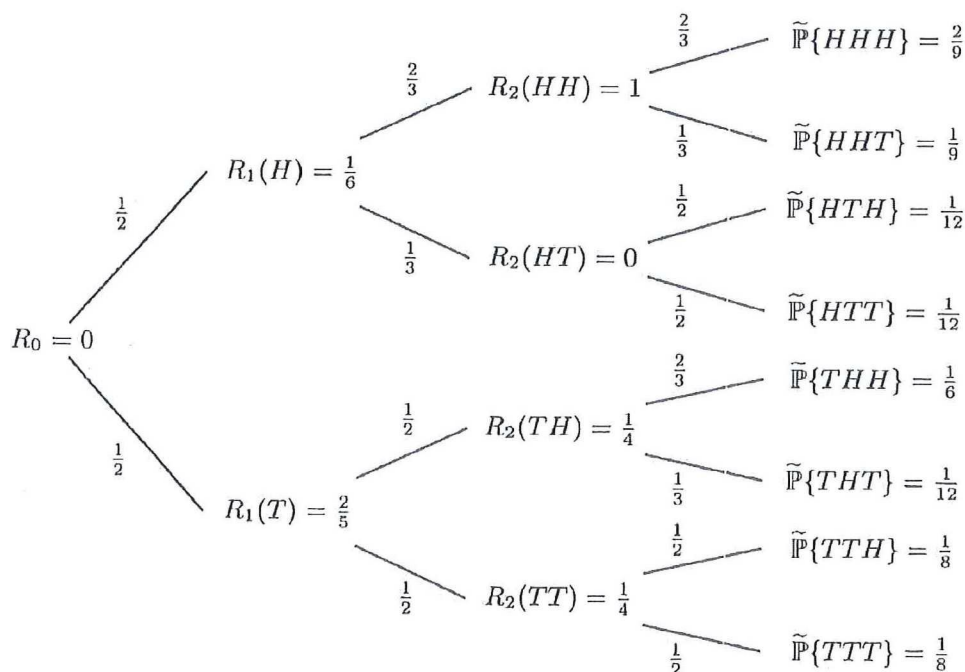


Fig. 6.3.1. A three-period interest rate model.

$\omega_1 \omega_2$	$\frac{1}{1+R_0}$	$\frac{1}{1+R_1}$	$\frac{1}{1+R_2}$	D_1	D_2	D_3	$\tilde{\mathbb{P}}$
HH	1	6/7	1/2	1	6/7	3/7	1/3
HT	1	6/7	1	1	6/7	6/7	1/6
TH	1	5/7	4/5	1	5/7	4/7	1/4
TT	1	5/7	4/5	1	5/7	4/7	1/4

Je wordt gevraagd voor dit model een paar prijzen te bepalen.

- Bereken de waarden $B_{1,3}$.
- Leg uit wat een drie-periode rente *cap* is (*3-period interest rate cap*). Bepaal de prijs, wanneer de maximaal te betalen rentefractie $K = 1/4$.