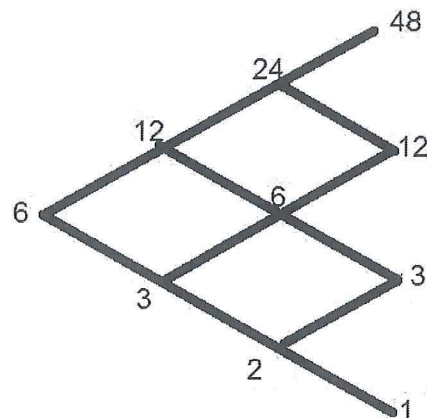


Normering: opgave 1 en 2 zijn elk 3 punten waard
opgave 3 en 4 zijn elk 2 punten waard

- 1 Beschouw het onderstaande binomiale model voor aandeleprijsontwikkeling gedurende drie perioden, tijdstippen 0, 1, 2 en 3.



De rente is gelijk aan $r = \frac{1}{4}$. In een FokkinkChoiceOption (FCO), een nieuw Robeco product, mag je op tijdstip $n = 1$ beslissen of je een Europese call neemt met strike 4 of een Europese put met strike 8. Beide met expiratie $n = 3$.

- A Bepaal de waarde V_0 van deze FCO.
 - B Bepaal het replicerend portfolio op tijdstip 0.
 - C In een AmericanFokkinkChoiceOption (AFCO) mag je op tijdstip 1 beslissen of je een Amerikaanse call neemt met strike 4 of een Amerikaanse put met strike 8. Bepaal de waarde V_0 van de AFCO.
- 2 We nemen net als Shreve het binomiale model met $S_0 = 4, u = 2, d = 1/2, r = 1/4$. Voor dit aandeel gelden de overgangskansen $p = 3/5$ voor de factor u en $q = 2/5$ voor de factor d . Het

startkapitaal is een miljoen euro. Je beheert een portfolio, waarbij je het kapitaal mag verdelen over een bankrekening en een positie in aandelen. Net als Shreve schrijven we X_0, X_1, X_2, X_3 voor het prijsverloop van het portfolio, dat afhankelijk is van het koersverloop van het aandeel. De looptijd van het portfolio is $n = 3$. De utility functie is:

$$U(x) = \sqrt{x}$$

Je moet de verwachte utility $\mathbb{E}[U(X_3)]$ maximaliseren. Schrijf:

$$\begin{aligned} X_3(HHH) = x_1, X_3[HHT] = x_2, X_3[HTH] = x_3, X_3[THH] = x_4 \\ X_3(HTT) = x_5, X_3[THT] = x_6, X_3[TTH] = x_7, X_3[TTT] = x_8 \end{aligned}$$

- A Bepaal de verwachte risiconeutrale portfoliowaarde $\tilde{\mathbb{E}}[X_3]$.
- B Druk de verwachte utility $\mathbb{E}[U(X_3)]$ uit in de variabelen x_1 tot en met x_8 .
- C Stel de Lagrangiaan $L(x_1, \dots, x_8, \lambda)$ op, waarmee je de verwachte utility in B gaat maximaliseren onder de constraint in A. Hierbij is λ de Lagrange multiplier.
- D Vergelijk eerst $\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0$ met $\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0$ en ga na dat hieruit volgt dat $4x_1 = 9x_2$. Leid op dezelfde manier af dat $16x_1 = 81x_7$.
- E Bereken nu de verwachte utility van het optimale portfolio.

- 3 Werp herhaaldelijk met een (**let op!**) onzuivere munt. Laat $X_j = 2$ als de j -e worp gelijk is aan kop, en $X_j = -1$ als de j -e worp gelijk is aan munt. De kans op kop is $1/3$ en de kans op munt is $2/3$. Op basis van deze muntworpen definiëren we nu de rij $I_0, I_1, I_2, \dots$ via $I_0 = 0$ en verder voor $n \geq 1$

$$I_n = I_{n-1} + X_n.$$

- A Controleer dat I_n een martingaal is.
- B Definieer τ als het eerste tijdstip waarop $I_n = 4$. Zoals gebruikelijk noteren we $\tau \wedge n$ voor het minimum van τ en n . Controleer dat $\tau \wedge n$ een stoptijd is.
- C Bereken de verwachting $\mathbb{E}[I_{\tau \wedge n}]$ van de gestopte martingaal voor $n = 100$.

- 4 In deze opgave is de rente **negatief**. Het binomiale model voor de aandelprijs heeft parameters $u = 5/4$, $d = 1/4$, $r = -1/4$ en $S_0 = 16$. Bereken de waarde V_0 van een Amerikaans **call** met expiratie $n = 2$ en strike 9.