

Tentamen TI2310 Automaten en Talen

19 april 2012, 14.00–17.00 uur

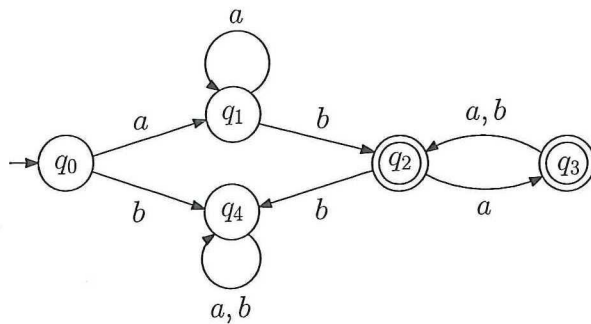
- Totaal aantal pagina's (exclusief dit titelblad): 7.
- Dit tentamen bestaat uit 20 meerkeuzevragen met 4 alternatieve antwoorden waarvan er precies één goed is, en 2 open vragen.
- Het deel meerkeuzevragen telt voor 60% in het eindcijfer mee en het deel open vragen voor 40%.
- Bij de bepaling van het resultaat van de meerkeuzevragen wordt gokcorrectie toegepast. Tenminste 14 goede antwoorden zijn nodig voor een voldoende (6) voor dit deel.
- De open vragen tellen ieder even zwaar mee.
- Het gebruik van dictaat, aantekeningen of andere bronnen is tijdens dit tentamen niet toegestaan.
- Eveneens is het gebruik van elektronische apparatuur zoals rekenmachines, mobiele telefoons en dergelijke, niet toegestaan.
- Uiteraard komen in één tentamen niet alle onderwerpen aan bod. Trek daarom op basis van dit tentamen geen conclusies over stof die nooit getoetst wordt.
- Gebruik voor het meerkeuzedeel het meegeleverde antwoordformulier. Vergeet daarop niet uw studienummer op de twee gevraagde manieren in te vullen, en uw handtekening (daaronder) te plaatsen! Verder wordt u aangeraden de antwoorden van het meerkeuzedeel eerst bij de vragen zelf in te vullen, en pas daarna, als u zeker bent van uw antwoorden, deze over te nemen op het antwoordformulier. Indien u een fout maakt bij het invullen daarvan, dient u de surveillant om een nieuw antwoordformulier te vragen.
- Formuleer uw antwoord op de open vragen in correct Nederlands of Engels en schrijf leesbaar (gebruik eerst kladpapier). Geef geen irrelevante informatie. Dit kan leiden tot puntenaftrek.
- Controleer voordat u uw antwoorden inlevert, of op ieder blad uw naam en studienummer staan vermeld en geef het aantal ingeleverde bladen ten behoeve van de open vragen aan op (tenminste) de eerste pagina.

Deel A: Meerkeuzevragen

1. Zij $\Sigma = \{a, b, c\}$. Wat is de waarde van x resp. y in $x = |\Sigma^2|$ en $y = |\Sigma \circ \emptyset|$?

- (a) $x = 6$ en $y = 3$.
- (b) $x = 9$ en $y = 0$.
- (c) $x = 8$ en $y = 1$.
- (d) $x = 9$ en $y = 1$.

2. Hoeveel woorden van lengte 4 worden er geaccepteerd door de onderstaande automaat?



- (a) 4.
- (b) 6.
- (c) 8.
- (d) 10.

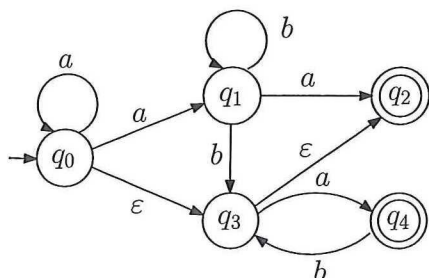
3. Gegeven is een niet-deterministische eindige automaat N zonder ε -transities, waarvoor geldt dat $\Sigma = \{a, b\}$. Verder is gegeven een toestand q van N en een woord $w \in \Sigma^+$. Welke van de onderstaande formules is een correct onderdeel van de definitie van δ^* ?

- (a) $\delta^*(q, aw) = \bigcup_{p \in \delta(q, w)} \delta^*(p, a)$.
- (b) $\delta^*(q, aw) = \bigcup_{p \in \delta^*(q, w)} \delta(p, a)$.
- (c) $\delta^*(q, wa) = \bigcup_{p \in \delta^*(q, w)} \delta(p, a)$.
- (d) $\delta^*(q, wa) = \bigcup_{p \in \delta(q, a)} \delta^*(p, w)$.

4. Gegeven is het alfabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Verder is gegeven dat $n_x(w)$ het aantal voorkomens van het symbool x in w voorstelt. Welke van de onderstaande beweringen is juist?

- (a) De taal $\{w \in \Sigma^* \mid n_a(w) = n_b(w) = 2\}$ is niet regulier.
- (b) De taal $\{w \in \Sigma^* \mid w = uxv \text{ met } |u| = |v| \text{ en } x \in \Sigma\}$ is regulier.
- (c) De taal $\{w \in \Sigma^* \mid |w| < 100 \text{ en } n_a(w) = n_b(w) + n_c(w)\}$ is niet regulier.
- (d) De taal $\{w \in \Sigma^* \mid |w| \geq 100 \text{ en } n_a(w) = n_b(w) + n_c(w)\} \cap L(a^*b^*)$ is regulier.

5. Beschouw de onderstaande niet-deterministische automaat met $\Sigma = \{a, b\}$:



Welke van de onderstaande beweringen is juist?

- (a) Er is een $w \in \Sigma^+$ waarvoor geldt $\delta^*(q_0, w) = \{q_0, q_2\}$.
 - (b) Er is **geen** $w \in \Sigma^3$ waarvoor geldt $\delta^*(q_0, w) = \{q_1, q_3\}$.
 - (c) Er is een $w \in \Sigma^+$ waarvoor geldt $\delta^*(q_0, w) = \{q_3, q_4\}$.
 - (d) Er is **geen** $x \in \Sigma$ waarvoor geldt $\delta^*(q_0, x) = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$.
6. Gegeven is een alfabet Σ . Neem aan dat $L \subseteq \Sigma^*$ een reguliere taal is en dat $T \subseteq \Sigma^*$. Welke van de onderstaande beweringen is juist?
- (a) Als $T \subseteq L$, dan is T regulier.
 - (b) Als $L \subseteq T$, dan is T regulier.
 - (c) Als $T \cup L = \Sigma^*$, dan is T regulier.
 - (d) Als $T \cap L = \Sigma^*$, dan is T regulier.
7. Beschouw het volgende (tentatieve) bewijs met behulp van de Pompstelling voor reguliere talen dat de taal $L = \{(ab)^n \mid n \geq 5\}$ over het alfabet $\Sigma = \{a, b\}$ niet regulier is.
- (i) **Bewijs:** Stel L is regulier. Dan heeft L een pomplengte $p > 0$.
 - (ii) Neem aan dat $p \geq 5$.
 - (iii) Beschouw het woord $w = (ab)^p$. Dan geldt $w \in L$ en $|w| \geq p$.
 - (iv) We kunnen w opsplitsen in $w = xyz$ met $x = a$, $y = bab$ en $z = (ab)^{p-2}$.
 - (v) Evident geldt dat $|xy| \leq p$ en $|y| > 0$.
 - (vi) Volgens de pompstelling moet nu gelden $xy^0z \in L$.
 - (vii) Echter, $xy^0z = a(ab)^{p-2} \notin L$. Tegenspraak, dus L is niet regulier.

Welke van de onderstaande beweringen is juist?

- (a) Het bewijs is correct.
- (b) Men mag in stap (ii) niet aannemen dat $p \geq 5$.
- (c) Het is niet voldoende om in stap (iv) de gekozen opsplitsing te nemen, want die is te specifiek.
- (d) Men mag in stap (vi) niet als keuze y^0 nemen, want voor alle i moet gelden dat $xy^iz \in L$. Alleen $i = 0$ volstaat niet.

8. Beschouw de volgende grammatica $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$, waarbij P bestaat uit de volgende regels:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aBa, \\ A &\rightarrow aA \mid \varepsilon, \\ B &\rightarrow bB \mid Aa. \end{aligned}$$

Welke van de onderstaande argumenten is juist?

- (a) G is een reguliere grammatica, want $L(G)$ is regulier.
- (b) G is een rechts lineaire grammatica, want alle regels bevatten slechts één variabele aan de rechterkant.
- (c) G is geen reguliere grammatica, want $L(G)$ is niet regulier.
- (d) G is geen links lineaire grammatica, hoewel $L(G)$ regulier is.

9. Welke onderstaande bewering over ambiguïteit is juist?

- (a) Een grammatica is ambigu als er woord bestaat dat twee verschillende afleidingen bezit.
- (b) Voor sommige talen die inherent ambigu zijn, bestaat een niet-ambigue grammatica.
- (c) Een grammatica is ambigu als er een woord bestaat dat twee verschillende ontledingbomen bezit.
- (d) Een grammatica is ambigu als alle woorden twee of meer verschillende linker afleidingen bezitten.

10. Gegeven is een grammatica G die in Chomsky-normaalvorm is. Welke van de onderstaande beweringen is juist?

- (a) G bevat geen ε -regels.
- (b) G behoeft geen contextvrije grammatica te zijn.
- (c) G kan in Greibach-normaalvorm zijn.
- (d) G heeft twee startvariabelen.

11. Gegeven is de volgende grammatica $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$ waarbij P bestaat uit de volgende regels:

$$S \rightarrow aSb \mid bSa \mid ab \mid ba \mid \varepsilon.$$

Welke van de onderstaande productieregels kunnen in plaats van P worden gebruikt, zonder dat dit de taal van de betreffende grammatica verandert?

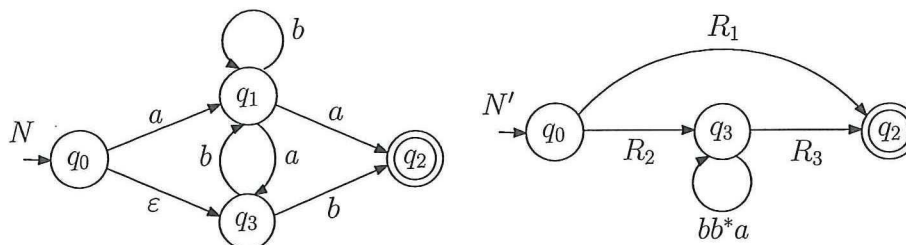
- (a) $S \rightarrow aS \mid Sb \mid bS \mid Sa \mid ab \mid ab.$
- (b) $S \rightarrow aS \mid bS \mid \varepsilon.$
- (c) $S \rightarrow aSb \mid bSa \mid \varepsilon.$
- (d) $S \rightarrow aS \mid Sb \mid bS \mid Sa \mid \varepsilon.$

12. Gegeven is de volgende grammatica $G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c, d, +, \times\}, P, S)$ waarbij P bestaat uit de volgende regels:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid B, \\ A &\rightarrow S + S \mid S \times S, \\ B &\rightarrow a \mid b \mid c \mid d. \end{aligned}$$

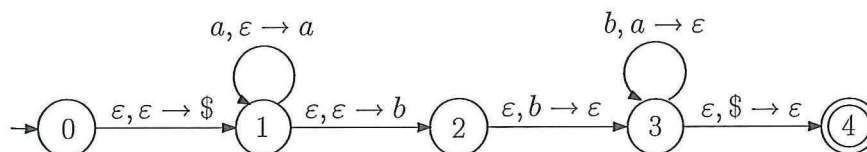
Hoeveel verschillende linker afleidingen bezit het woord $a + b \times c + d \in L(G)$?

- (a) 6.
(b) 5.
(c) 4.
(d) 3.
13. Gegeven zijn de volgende gegeneraliseerde niet-deterministische eindige automaten (GNFA's) N en N' .



Wat is de waarde van de reguliere expressies R_1 , R_2 en R_3 na een correcte eliminatie van toestand q_1 volgens het algoritme van Sipser, dus zodanig dat $L(N) = L(N')$?

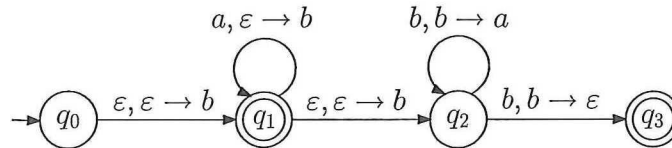
- (a) $R_1 = ab^*a$, $R_2 = aa$, en $R_3 = b \cup ba$.
(b) $R_1 = a(b \cup ab)^*a$, $R_2 = \varepsilon$, en $R_3 = b$.
(c) $R_1 = a(b \cup ab)^*a$, $R_2 = \varepsilon \cup ab^*a$, en $R_3 = b \cup bb^*a$.
(d) $R_1 = ab^*a$, $R_2 = \varepsilon \cup ab^*a$, en $R_3 = b \cup bb^*a$.
14. Beschouw de onderstaande stapelautomaat (PDA) P . Het is nu volgens de in Sipser besproken constructie mogelijk een contextvrije grammatica G te construeren, zodanig dat $L(G) = L(P)$.



Welke van de onderstaande regels behoort **niet** tot G ?

- (a) $A_{04} \rightarrow aA_{22}b$.
(b) $A_{33} \rightarrow \varepsilon$.
(c) $A_{24} \rightarrow A_{23}A_{34}$.
(d) $A_{13} \rightarrow aA_{13}b$.

15. Beschouw de onderstaande stapelautomaat (PDA) P .



Voor welke onderstaande toestandsbeschrijving c_k ($k = 1, 2, 3, 4$) bestaat er een woord $w \in \{a, b\}^*$ waarvoor geldt $(q_0, w, \varepsilon) \vdash^* c_k$?

- (a) $c_1 = (q_0, aabb, \varepsilon)$.
- (b) $c_2 = (q_1, ab, b\$)$.
- (c) $c_3 = (q_2, \varepsilon, aa)$.
- (d) $c_4 = (q_3, aab, ba)$.

16. Welke van de onderstaande uitspraken is juist?

- (a) De klasse van talen gegenereerd door reguliere grammatica's is niet gesloten onder doorsnede.
- (b) De klasse van contextvrije talen is gesloten onder complement.
- (c) De klasse van talen gegenereerd door rechts lineaire grammatica's is gesloten onder complement.
- (d) De klassen van reguliere talen en contextvrije talen zijn beide gesloten onder doorsnede.

17. Beschouw de volgende formulering van de Pompsstelling voor contextvrije talen:

- (i) Voor elke contextvrije taal L is er een pomplengte $p > 0$ zodanig dat
- (ii) er een woord $w \in L$ bestaat met $|w| \geq p$ waarbij
- (iii) voor alle opsplitsingen van w in $w = uvxyz$ met $|vy| > 0$ en $|vxy| \geq p$ geldt dat
- (iv) er een natuurlijk getal i bestaat met $uv^i xy^i z \in L$.

Welke van de onderstaande uitspraken is juist?

- (a) De formulering is geheel correct.
- (b) Alleen (iii) bevat een fout.
- (c) Alleen (iv) bevat een fout.
- (d) (ii), (iii) en (iv) bevatten alle een fout.

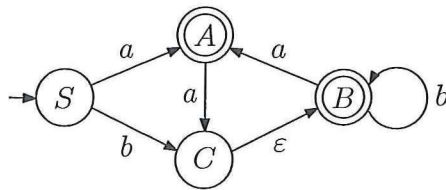
18. Beschouw de volgende grammatica $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ waarbij P bestaat uit de volgende regels:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \mid b, \\ A &\rightarrow a \mid bB, \\ B &\rightarrow aA \mid b. \end{aligned}$$

Voor welk woord w van de onderstaande woorden geldt $w \in L(G)$?

- (a) aab .
- (b) $ababababb$.
- (c) $abababab$.
- (d) $abababba$.

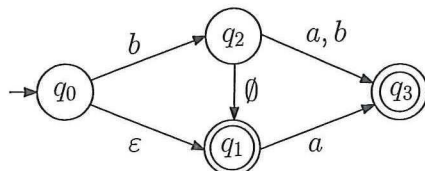
19. Beschouw de volgende niet-deterministische eindige automaat (NFA) N .



Welke onderstaande grammatica (gegeven in de vorm van regels) brengt $L(N)$ voort?

- (a) $S \rightarrow aA \mid bC$,
 $A \rightarrow aC$,
 $B \rightarrow aA \mid bB \mid \epsilon$,
 $C \rightarrow B$.
- (b) $S \rightarrow aA \mid bC$,
 $A \rightarrow aC$,
 $B \rightarrow aA \mid b$,
 $C \rightarrow bB$.
- (c) $S \rightarrow Aa \mid Cb$,
 $A \rightarrow Ca$,
 $B \rightarrow Aa \mid b$,
 $C \rightarrow Bb$.
- (d) $S \rightarrow aA \mid bC$,
 $A \rightarrow aC \mid \epsilon$,
 $B \rightarrow aA \mid bB \mid \epsilon$,
 $C \rightarrow B$.

20. Beschouw de volgende automaat M .



Welke van de onderstaande uitspraken is juist?

- (a) M is een deterministische eindige automaat (DFA).
- (b) M is een niet-deterministische eindige automaat (NFA).
- (c) M is een gegeneraliseerde niet-deterministische eindige automaat (GNFA).
- (d) M is geen DFA, geen NFA en geen GNFA.

Deel B: Open vragen

1. Gegeven is de reguliere expressie $R = (a \cup b \cup c)^*abc$.
 - (a) (4 punten) Construeer een niet-deterministische eindige automaat (NFA) N met precies 4 toestanden zodanig dat $L(N) = L(R)$.
Let op: Meer dan 4 toestanden leidt tot puntenaftrek.
 - (b) (6 punten) Zet N volgens het door Sipser behandelde algoritme om in een met N equivalente deterministische eindige automaat (DFA). Hierbij mogen niet-bereikbare toestanden worden weggelaten.
2. Beschouw de taal $L = \{a^m(ba)^n \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ en } m > n\}$.
 - (a) (4 punten) Construeer een contextvrije grammatica (CFG) G met hoogstens 4 regels zodanig dat geldt $L(G) = L$.
Let op: Meer dan 4 regels leidt tot puntenaftrek.
 - (b) (6 punten) Bewijs met behulp van de Pompstelling voor reguliere talen dat L niet regulier is.