

- Geen rekenmachine/telefoon toegestaan
 - Geen grafieken/plaatjes/Venn-diagrammen in de antwoorden toegestaan.
 - Geef aan welke stellingen uit het boek je gebruikt.
- (6) 1. a. Laat $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Geef een voorbeeld van een relatie op S die reflexief en symmetrisch is, maar niet transitief, en leg uit waarom deze eigenschappen wel of niet gelden.
- (6) b. Geef een voorbeeld van een surjectieve functie $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ zó dat f niet injectief is. Bewijs elk van je uitspraken.
- (4) c. Laat $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Bewijs de volgende uitspraak. Als $a|b$ en $a|c$ dan $a|b + c$.
- (5) d. Bereken $\sum_{n=2}^{\infty} 5^{-n+1}(-3)^{n-2}$.
- (9) 2. Bewijs met behulp van volledige inductie dat voor alle $n \in \mathbb{N}$ geldt dat $\sum_{j=1}^n \frac{1}{j^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$.
- (10) 3. Formuleer en bewijs de monotone convergentie stelling.
- (2) 4. a. Laat $S \subseteq \mathbb{R}$ een verzameling zijn. Vul de volgende definitie aan: een punt $x \in \mathbb{R}$ heet een *verdichtingspunt* (accumulation point) van S als
- (4) b. Laat $S = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$. Toon met behulp van de definitie van verdichtingspunt aan dat 0 een verdichtingspunt van S is.
- (2) c. Vul de volgende definitie aan: een verzameling $S \subseteq \mathbb{R}$ is *compact* als
- (6) d. Laat $S \subseteq \mathbb{R}$ een compacte verzameling zijn. Toon met behulp van de definitie van compactheid aan dat S begrensd is.
- (2) 5. a. Vul de volgende definitie aan: Een reële rij $(a_n)_{n \geq 1}$ is een *Cauchy rij* als
- (8) b. Laat $(x_n)_{n \geq 1}$ een Cauchy rij zijn en neem verder aan dat voor één of andere deelrij $(x_{n_k})_{k \geq 1}$ geldt dat $\lim_{k \rightarrow \infty} x_{n_k} = 2016$. Gebruik de definitie van een Cauchy rij en van convergentie om te laten zien dat $(x_n)_{n \geq 1}$ convergent is en dat $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 2016$.

Zie ook de volgende bladzijde.

- (8) 6. a. Formuleer en bewijs het majorantenkenmerk (comparison test) voor reeksen.
- (8) b. Bepaal voor welke $x \in \mathbb{C}$ de reeks $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n(n+3)^2}{n!} x^n$ convergent en/of absoluut convergent is.
- (2) 7. a. Laat $g_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ voor $n \geq 1$ functies zijn. Vul de volgende definitie aan: We zeggen dat $(g_n)_{n \geq 1}$ *uniform convergeert* naar een functie $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ als
- Beschouw $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$, waarbij $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven is door $f_n(x) = \frac{\sin((2n+1)x)}{(2n+1)^3}$.
- (5) b. Laat zien dat $\sum_{n=0}^{\infty} f_n$ is uniform convergent naar f op $\mathbb{R}$.
- (3) c. Waarom is de functie f wel/niet continu ?

De waardering voor elke vraag staat in de kantlijn; het tentamencijfer wordt berekend volgens de formule

$$\text{Tentamencijfer} = \frac{\text{Totaal}}{10} + 1.$$

EINDE