TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica

Tentamen IN1305-II
Fundamentele Informatica II: Automaten en Talen

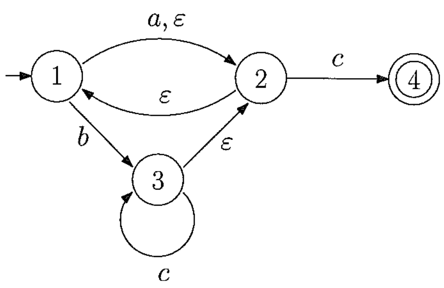
30 januari 2009, 9.00–11.00 uur

- Dit tentamen bestaat uit 5 open vragen.
- Totaal aantal pagina's (exclusief dit titelblad): 1.
- Het maximaal aantal te behalen punten: 50.
- Alle vragen tellen even zwaar mee en leveren ieder maximaal 10 punten op.
- Het eindcijfer c wordt bepaald volgens de formule $c = \frac{9}{50} \cdot (\text{aantal punten}) + 1$.
- Het gebruik van dictaat, aantekeningen of andere bronnen is tijdens dit tentamen niet toegestaan.
- Eveneens is het gebruik van grafische of niet-grafische rekenmachines niet toegestaan.
- Uiteraard komen in één tentamen niet alle onderwerpen aan bod. Trek daarom op basis van dit tentamen geen conclusies over stof die nooit getoetst wordt.
- Formuleer uw antwoord in correct Nederlands of Engels en schrijf leesbaar (gebruik eerst kladpapier).
- Geef geen irrelevante informatie. Dit kan leiden tot puntenaftrek.
- Voordat u uw antwoorden inlevert, controleer of op ieder blaadje uw naam en studienummer staat en geef het aantal ingeleverde bladen aan op (tenminste) de eerste pagina.

1. (a) (2 punten) Geef een *recursieve definitie* van de *gegeneraliseerde transitiefunctie* δ^*, in termen van de transitiefunctie δ, voor een deterministische eindige automaat (DFA).

   (b) (8 punten) Zij gegeven een deterministische eindige automaat (DFA) $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ waarvoor geldt dat $\delta(q_0, a) = q_1$ en $\delta(q_1, b) = q_1$ waarbij $q_0, q_1 \in Q$ en $a, b \in \Sigma$.
   Bewijs met behulp van *volledige inductie* over n dat voor alle $n \geq 0$ geldt $\delta^*(q_0, ab^n) = q_1$.

2. (a) (5 punten) Zij gegeven de volgende *niet-deterministische eindige automaat* (NFA) N:



   Zet N volgens de in Sipser behandelde methode om in een deterministische eindige automaat (DFA) D zodanig dat geldt $L(D) = L(N)$.
   NB: Teken alleen de relevante toestanden, d.w.z. die toestanden die vanuit de begintoestand bereikt kunnen worden.

   (b) (5 punten) Construeer met behulp van de op het college behandelde methode een *reguliere grammatica* G zodanig dat $L(G) = L(D)$ waarbij D de in het vorige deel van deze opgave gevonden DFA is.

3. Ga voor elk van de onderstaande beweringen na of deze juist dan wel onjuist is. Is deze juist, geef een bewijs; is deze onjuist, geef dan een tegenvoorbeeld met uitleg.

   (a) (5 punten) Als L_1 en L_2 *contextvrije talen* zijn, dan is $L_1 \cup L_2$ een contextvrije taal.

   (b) (5 punten) Als L_1 en L_2 *contextvrije talen* zijn, dan is $L_1 \cap L_2$ een contextvrije taal.

4. (a) (2 punten) Geef een precieze formulering van de *pompstelling voor contextvrije talen.*

   (b) (8 punten) Bewijs met behulp van de *pompstelling* dat de volgende taal **niet** *regulier* is:

$$\{w \in \{a, b, c\}^* \mid n_a(w) > n_b(w) \text{ of } n_a(w) > n_c(w)\}.$$

   Hierin stelt $n_x(w)$ het aantal voorkomens van het symbool x in woord w voor.

5. (a) (7 punten) Zij gegeven het alfabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Construeer een stapelautomaat (*pushdown automaton, PDA*) die precies de volgende taal accepteert:

$$\{w \in \Sigma^* \mid n_a(w) = n_b(w) + n_c(w)\}.$$

   Hierin stelt $n_x(w)$ het aantal voorkomens van het symbool x in woord w voor.
   U dient hierbij gebruik te maken van de in Sipser besproken methode waarbij in één transitie meerdere stapelsymbolen tegelijk op de stapel mogen worden geplaatst in plaats van één tegelijk.
   Let op: Uw antwoord dient aan de volgende eisen te voldoen:

   - De gevraagde PDA wordt beschreven in de vorm van een *toestandsdiagram.*
   - De PDA bezit niet meer dan 4 toestanden en heeft precies één eindtoestand (3 toestanden volstaan!).

   (b) (3 punten) Geef een beknopte, intuïtieve motivatie dat de geconstrueerde PDA correct is.

Einde tentamenopgaven