

Deeltentamen Analyse 2, TW1070

11 april 2016, 9.00-11.00

- Een rekenmachine of formuleblad is niet toegestaan.
- Ieder antwoord dient gemotiveerd te worden met een (korte) berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
- De waardering voor iedere vraag staat in de kantlijn. Het cijfer wordt bepaald met de formule $\text{Cijfer} = \frac{\text{Totaal} + 5}{5}$

- (2) 1. a) Maak de volgende definitie af: De verzameling $D \subset \mathbb{R}^n$ is *gesloten* als ...
(5) b) Bewijs met behulp van de definitie dat

$$D = \{(x, y) : x \leq 0 \text{ of } y \leq 0\}$$

een gesloten verzameling in $\mathbb{R}^2$ is.

2. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (2) a) Maak de definitie af: f is *continu* in $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^2$ als ...
(5) b) Is f continu in $(0, 0)$?
(3) c) De functies $p_1(x, y) = x$ en $p_2(x, y) = y$ zijn differentieerbaar op $\mathbb{R}^2$. Gebruik dit om te beargumenteren dat f differentieerbaar is op $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$.
(5) d) Geef de linearisering van f rond het punt $(1, 1)$.

- (7) 3. Bereken

$$\iint_G \cos(x) \sqrt{1 + \cos^2(x)} d(x, y),$$

waarbij $G \subset \mathbb{R}^2$ het gebied is gegeven door

$$G = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 1 \text{ en } \arcsin(y) \leq x \leq \frac{\pi}{2}\}.$$

4. De functie $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$g(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy.$$

- (5) a) Bepaal de stationaire punten van g .
(5) b) Bepaal van ieder stationair punt van g of het een zadelpunt is, een lokaal maximum, of een lokaal minimum.

5. $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is een functie. Bewijs of weerleg de volgende uitspraken met behulp van definities van continuïteit en (partiële) differentieerbaarheid.

- (3) a) Als F differentieerbaar in $(0, 0)$, dan is F continu in $(0, 0)$.
(3) b) Als F partieel differentieerbaar in $(0, 0)$ naar x en naar y , dan is F continu in $(0, 0)$.

EINDE