

Deeltentamen Analyse 2, TW1070

13 april 2015, 9.00-11.00

-
- Een rekenmachine of formuleblad is niet toegestaan.
 - Ieder antwoord dient gemotiveerd te worden met een (korte) berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
 - De waardering voor iedere vraag staat in de kantlijn. Het cijfer wordt bepaald met de formule
$$\text{Cijfer} = \frac{\text{Totaal} + 5}{5}$$
-

- (2+2) 1. a) Maak de volgende definities af:
- (i) De verzameling $D \subset \mathbb{R}^n$ is *open* als ...
 - (ii) Het punt $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ is een *randpunt* van $D \subset \mathbb{R}^n$ als ...
- (4) b) Bewijs met behulp van de definities: als $D \subset \mathbb{R}^n$ open is en $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ is een randpunt van D , dan $\mathbf{a} \notin D$.

2. Bepaal de limiet, of laat zien dat de limiet niet bestaat:

(5) a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$

(5) b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + xy^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

- (7) 3. $G \subset \mathbb{R}^2$ is het gebied ingesloten door de parabool $x = y^2$, de lijn $x + y = 2$ en de lijn $y = -1$. Schets het gebied G en bereken

$$\iint_G xy^3 d(x, y).$$

4. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door $f(x, y) = (x + 1)(y + 1)$.

- (2) a) Maak de definitie af: f is *differentieerbaar* in $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^2$ als ...
- (4) b) Laat met de definitie van differentieerbaarheid zien dat f differentieerbaar is in $(2, 1)$.
- (3) c) Geef een parametervoorstelling van het raakvlak aan de grafiek van f in $(2, 1, f(2, 1))$.
- (3) d) Definieer $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ door $g(t) = (t^2, t^4)$. Bereken met de kettingregel voor functies van meer variabelen de afgeleide van $g \circ f$ in $(2, 1)$.

5. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x, y) = y(y - 4 + x^2)(y - x^2)$. De partiële afgeleiden van f zijn

$$f_x(x, y) = 8xy - 4x^3y \quad \text{en} \quad f_y(x, y) = -x^4 + 4x^2 + 3y^2 - 8y.$$

- (3) a) Bepaal de stationaire punten van f . (Het zijn er 8.)
- (5) b) Classificeer (minimum/maximum/zadelpunt, lokaal/globaal) de stationaire punten.
Hint: bekijk een tekenoverzicht van f

EINDE