

Toets Analyse 2, TW1070 en WI1601

14 april 2014, 9.00-11.00

-
- Een rekenmachine of formuleblad is niet toegestaan.
 - Ieder antwoord dient gemotiveerd te worden met een (korte) berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
 - De waardering voor iedere vraag staat in de kantlijn. Het cijfer wordt bepaald met de formule
$$\text{Cijfer} = \frac{\text{Totaal} + 5}{5}$$
-

- (5) 1. Bepaal de limiet, of laat zien dat de limiet niet bestaat:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x + 3y}{\sqrt{4x^2 + 9y^2}}.$$

- (4) 2. a) Maak de volgende definities af.

(1) De functie $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ is *differentieerbaar* in $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ als ...

(2) Zij $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$ met $\|\mathbf{v}\| = 1$. De functie $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ heeft een *richtingsafgeleide* in $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ naar $\mathbf{v}$ als ...

- (3) b) Toon aan met de definities:

Als f differentieerbaar is $\mathbf{a}$, dan bestaat de richtingsafgeleide $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{a})$.

De functie $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x, y, z) = (x + y + z)^2$.

- (4) c) Beargumenteer waarom f differentieerbaar is in $(3, 1, 4)$ en bepaal de afgeleide $f'(3, 1, 4)$.

- (3) d) Voor welke vector $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ is de richtingsafgeleide $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(3, 1, 4)$ minimaal?

3. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x, y) = \frac{x}{1 + x^2 + y^2}.$$

- (4) a) Beredeneer waarom f een globaal minimum en een globaal maximum heeft.
- (3) b) Bereken de gradiënt $\nabla f(x, y)$.
- (5) c) Bereken de extremen van f (plaats, aard en grootte).

Z.O.Z.

- (7) 4. Het gebied $G \subset \mathbb{R}^2$ is gegeven door

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0 \text{ en } \sqrt{y} \leq x \leq 1\}.$$

Bereken $\iint_G \frac{1}{1+x^6} d(x, y).$

Hint: $\frac{d}{du} \arctan u = \frac{1}{1+u^2}$

5. De kromme $C \subset \mathbb{R}^3$ is de snijkromme van de cilinder $x^2 + z^2 = 1$ en het vlak $x + y + z = 1$.

- (4) a) Geef een parametervoorstelling van C .
(3) b) Geef een parametervoorstelling van de raaklijn aan C in $(0, 0, 1)$.

EINDE