

Tentamen ‘Systeemtheorie’ (TW2530)**Vrijdag 31 januari, 2014, 14.00–17.00 uur**

Opmerkingen:

1. Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven, verdeeld over 2 pagina's.
2. Elk antwoord dient te worden voorzien van een argumentatie of berekening.
3. Het gebruik van een rekenmachine is toegestaan.
4. Tentamencijfer = $1 + \frac{\text{totaal aantal punten}}{10}$.
5. Lees elke vraag aandachtig alvorens te antwoorden.
6. Succes!

1. Gegeven het niet-lineaire systeem

$$\dot{x}_1 = x_1 x_2 + x_1 u,$$

$$\dot{x}_2 = x_2^2 + x_2 \sin(x_1) u,$$

$$y = \sin(x_1^2 + x_2^2).$$

(4pt)

- (a) Bepaal alle evenwichtspunten van het systeem welke corresponderen met de constante input: $u^* = -1$, d.w.z. $u(t) = -1$ voor alle $t \in \mathbb{R}$.

(10pt)

- (b) Lineariseer het systeem rond het evenwichtspunt $x_1^* = \frac{\pi}{2}$, $x_2^* = 1$ and $u^* = -1$.

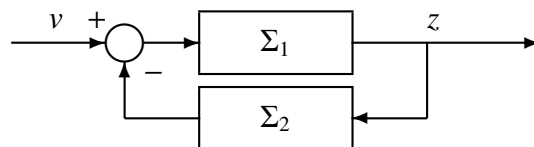
2. Gegeven zijn systeem Σ_1 door middel van de overdrachtsfunctie (Eng. transfer function)

$$\frac{s+4}{s^2+3s+4},$$

en systeem Σ_2 door middel van de toestandsbeschrijving (Eng. state-space equation)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} x.$$

De twee systemen worden als volgt aan elkaar geschakeld:



(5pt)

- (a) Bepaal de overdrachtsfunctie van systeem Σ_2 .

(5pt)

- (b) Wat is de overdrachtsfunctie van v naar z van het totale systeem?

(5pt)

- (c) Geef een toestandsbeschrijving van het totale systeem.

(5pt)

- (d) Hoe kunt u controleren of de in (c) verkregen toestandsbeschrijving minimaal is?

3. Beschouw het systeem $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$, met

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & k \\ 0 & k & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

waarin k een reële parameter voorstelt.

- (5pt) (a) Voor welke $k \in \mathbb{R}$ is het systeem asymptotisch stabiel?
- (5pt) (b) Laat zien dat het systeem niet regelbaar (Eng. controllable) is. Hangt de regelbare deelruimte af van k ?
- (5pt) (c) Bepaal een decompositie van het systeem in een regelbaar en een niet-regelbaar deel.
- (5pt) (d) Is het systeem waarneembaar (Eng. observable)? Hangt dit af van k ?
- (5pt) (e) Bepaal de impulsresponsie van het systeem.

4. Gegeven het systeem $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$, met

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (4pt) (a) Laat zien dat het systeem stabiliseerbaar en detecteerbaar is.
- (4pt) (b) Bepaal een toestandsterugkoppeling $u = Fx$ zodanig dat het gesloten-lus systeem asymptotisch stabiel is.
- (4pt) (c) Bepaal een matrix K die er voor zorgt dat de eigenwaarden van $A - KC$ liggen op $-1, -2$ en -3 .
- (3pt) (d) Combineer de resultaten van (b) en (c) tot een dynamische compensator en geef het bijbehorende blokschema.

5. Beschouw de volgende beweringen:

- (4pt) (a) Een systeem met stapresponsie $1 + (t^2 + 1)e^{-2t}$ is asymptotisch stabiel.
- (4pt) (b) Een stabiel systeem is altijd stabiliseerbaar en detecteerbaar.
- (4pt) (c) Het paar (C, A) , met $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ en $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ waarbij $A = I$ (de identiteits matrix), is alleen waarneembaar als $p \geq n$.
- (4pt) (d) Laat $B \in \mathbb{R}^{n \times 2}$ met $B = [b_1 \ b_2]$ en $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Dan is (A, B) regelbaar dan en slechts dan als (A, b_1) of (A, b_2) regelbaar is.

Ga voor ieder van de vier bovenstaande beweringen na of ze al dan niet waar zijn. Maak uw antwoord aannemelijk door middel van een eenvoudige redenering/berekening of een eenvoudig (tegen)voorbeeld.