

$$\textcircled{1} \underline{a} \quad \dot{x}_1^* = x_1^* x_2^* + x_1^* (-1) \equiv 0 \Rightarrow x_1^* (x_2^* - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x_1^* = 0 \vee x_2^* = 1$$

$$\dot{x}_2^* = (x_2^*)^2 + x_2^* \sin(x_1^*) (-1) \Rightarrow$$

$$\boxed{4} \quad x_1^* = 0 : x_2^* (x_2^* - \sin(0)) = (x_2^*)^2 \Rightarrow x_2^* = 0$$

$$x_2^* = 1 : 1 (1 - \sin(x_1^*)) = 1 - \sin(x_1^*) \Rightarrow$$

$$\sin(x_1^*) = 1 \Rightarrow x_1^* = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Dus ew. punten : $(0,0) \wedge (\frac{\pi}{2} + 2k\pi, 1) \quad \forall k \in \mathbb{Z}$.

b Laat $f_1 = x_1 x_2 + x_1 u$ en $f_2 = x_2^2 + x_2 \sin(x_1) u$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{\substack{u=u^* \\ x=x^*}} = \begin{bmatrix} x_2 + u & x_1 \\ x_2 \cos(x_1) u & 2x_2 + \sin(x_1) u \end{bmatrix}_{\substack{u=u^* \\ x=x^*}}$$

$$\boxed{10} \quad = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\pi}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \boxed{4} ; B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix}_{\substack{u=u^* \\ x=x^*}} \boxed{3} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \sin(x_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Voor de uitgang laat $h = \sin(x_1^2 + x_2^2)$, dan

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_1} & \frac{\partial h}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{\substack{u=u^* \\ x=x^*}} = \begin{bmatrix} 2x_1 \cos(x_1^2 + x_2^2) & 2x_2 \cos(x_1^2 + x_2^2) \end{bmatrix}_{\substack{u=u^* \\ x=x^*}}$$

$$\boxed{3} \quad = \begin{bmatrix} \pi \cos\left(\frac{\pi^2}{4} + 1\right) & 2 \cos\left(\frac{\pi^2}{4} + 1\right) \end{bmatrix}_{\substack{u=u^* \\ x=x^*}}$$

$D = 0$. Dit geeft het geïncariseerde systeem

$$\Sigma_{lin} : \begin{cases} \dot{z} = Az + Bv \\ w = Cz + Dv. \end{cases}$$

②

a Merk op dat Σ_2 de control canonical form bezit en dus

5

$$H_2(s) = \frac{3s+2}{s^2+5s+4} \quad (= C(sI-A)^{-1}B + D)$$

$$\underline{b} \quad H(s) = \frac{H_1(s)}{1 + H_1(s)H_2(s)} = \frac{\frac{s+4}{s^2+3s+4}}{1 + \frac{s+4}{s^2+3s+4} \cdot \frac{3s+2}{s^2+5s+4}}$$

$$= \frac{s+4}{s^2+3s+4 + \frac{(s+4)(3s+2)}{s^2+5s+4}}$$

non-minimal

5

$$= \frac{s^3 + 9s^2 + 24s + 16}{s^4 + 8s^3 + 26s^2 + 46s + 24} = \frac{(s+4)^2(s+1)}{(s+4)(s^3 + 4s^2 + 10s + 6)}$$

$$= \frac{(s+4)(s+1)}{s^3 + 4s^2 + 10s + 6} = \frac{s^2 + 5s + 4}{s^3 + 4s^2 + 10s + 6} **$$

minimal

$$\underline{c} \quad \Sigma_*: \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -24 & -46 & -26 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 16 & 24 & 9 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \end{cases}$$

5

$$\Sigma_{**}: \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -10 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \end{cases}$$

d pole/zero cancellation
 $\Rightarrow$ non-minimal
 of voor Σ_* de rang checken van

5

$W = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \end{bmatrix}$. In dit geval $\text{rang } W = 3$
 $\Rightarrow$ non-minimal

3)

$$\frac{a}{\left| \begin{array}{ccc} \lambda+2 & 0 & 0 \\ 1 & \lambda+1 & -k \\ 0 & -k & \lambda+1 \end{array} \right|} = (\lambda+2) \left| \begin{array}{cc} \lambda+1 & -k \\ -k & \lambda+1 \end{array} \right|$$

$$= (\lambda+2) [(\lambda+1)^2 - k^2] = 0$$

[5] $\Rightarrow \lambda_1 = -2 \vee (\lambda+1)^2 = k^2 \Leftrightarrow \lambda^2 + 2\lambda + 1 + k^2 = 0$

$$\lambda_{2,3} = -1 \pm \frac{1}{2} \sqrt{4 - 4(1+k^2)}$$

$$= -1 \pm \frac{1}{2} \sqrt{4k^2} = -1 \pm \sqrt{k^2} = -1 \pm |k|$$

$$\Rightarrow |k| < 1, \text{ of te wel } -1 < k < 1$$

b

$$R = [B \ AB \ A^2B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & k-1 & (k-1)^2 \\ 1 & k-1 & (k-1)^2 \end{bmatrix}, \text{ rang } R = 1 < 3$$

$$\Rightarrow \text{niet regelbaar}$$

[5] $\text{Im}(R) = \text{span } B = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ (hangt niet af van k)

c

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, T^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

[5] $\dot{\tilde{x}} = T^{-1}AT\tilde{x} + T^{-1}Bu$

$$= \begin{bmatrix} k-1 & 0 & k \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -k-1 \end{bmatrix} \tilde{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

d

$$W = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & k \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix}$$

[5] $\text{rang } W = 3 \Rightarrow \text{waarn. b.}$

e

$$G(t) = Ce^{At}B = \tilde{C}e^{\tilde{A}t}\tilde{B}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{(k-1)t}, t \geq 0$$

[5]

④ a $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{eig}(A) = \{-1, -3, 0\}$ probleem e.v.

④ $\text{rang} \begin{bmatrix} \lambda I - A & B \end{bmatrix}_{\lambda=0} = \text{rang} \begin{bmatrix} -A & B \end{bmatrix} = 3 \Rightarrow \text{stabiliseerbaar.}$

$\text{rang} \begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix}_{\lambda=0} = \text{rang} \begin{bmatrix} -A \\ C \end{bmatrix} = 3 \Rightarrow \text{detecteerbaar}$

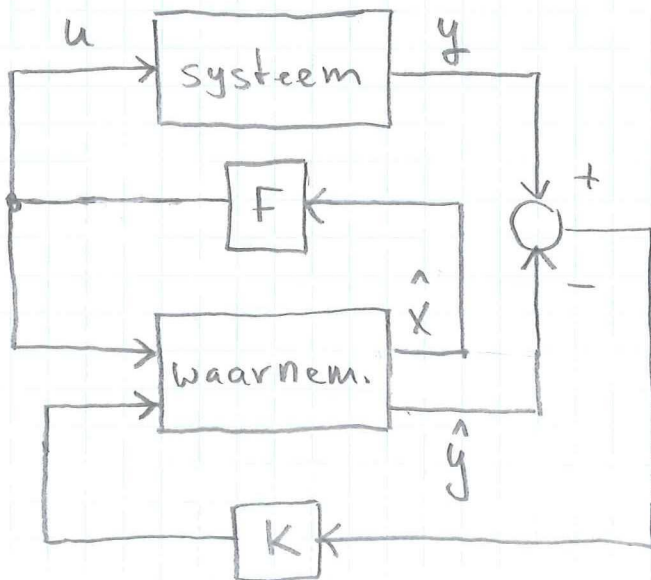
④ b F bepalen z.d.d. $\text{Re}\{\text{eig}(A+BF)\} < 0$ niet alle locaties zijn mogelijk!

c $|\lambda I - (A - KC)| = \begin{vmatrix} \lambda + 1 & 0 & k_1 \\ -4 & \lambda + 3 & k_2 \\ 0 & -1 & \lambda + k_3 \end{vmatrix}$
 $= \lambda^3 + 6\lambda^2 + 11\lambda + 6 \Rightarrow k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\lambda = -1$
niet regelb.

④ d
$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\hat{x} \\ u = F\hat{x} \end{cases}$$

③

Blokschema:



⑤

a $\lim_{t \rightarrow \infty} (t^2 + 1)e^{-2t} = 0 \Rightarrow 1/0$ gedrag A.S.

Desalniettemin, kan er intern een toestand (die niet in de output voorkomt) obegrensd zijn. Het systeem hoeft dus niet A.S. te zijn $\Rightarrow$ niet waar dus.

④

b Niet waar, neem byv.

$$\dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_A x + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_B u$$

$$\text{rang} [\lambda I - A \quad B]_{\lambda=0} =$$

$$\text{rang} \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} = 1 < 2$$

④

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

$\Rightarrow \lambda=0$ niet stabiliseerbaar.

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix}_{\lambda=0} =$$

$$\text{rang} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 \end{bmatrix} = 2 \Rightarrow \text{det.}$$

c $\text{rang } W = \text{rang } C \leq p$

waarneembaar: $\text{rang } W = n = \text{rang } C \Rightarrow p \geq n$

④

($\Leftarrow$) gaat niet op want $p \geq n$ hoeft niet te betekenen dat $\text{rang } C = n$ (neem byv $C = 0_{p \times n}$). $\Rightarrow$ niet waar.

d Niet waar, neem byv. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ en $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = [b_1 \ b_2]$

④ (A, B) regelbaar, maar (A, b_1) en (A, b_2) niet.