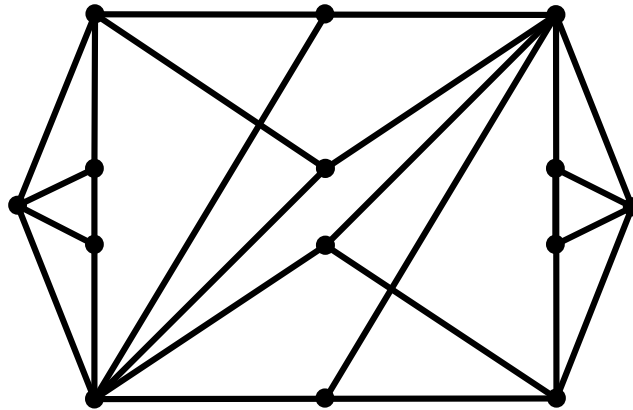


TENTAMEN COMBINATORISCHE OPTIMALISERING (TW3550)

13 APRIL 2016, 13:30 - 16:30

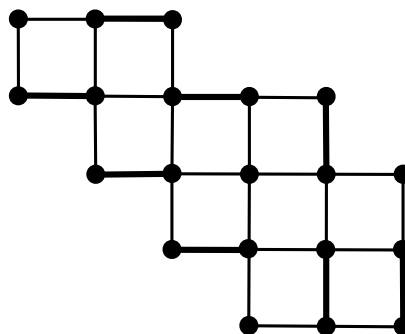
Het tentamen bestaat uit 6 vragen die in totaal 80 punten waard zijn. Je cijfer wordt verkregen door het totaal aantal behaalde punten door 8 te delen. Geef altijd een duidelijke argumentatie voor je antwoorden. **Veel succes!**

[30pt] **Opgave 1.** Beschouw de onderstaande graaf G . Geef bij het beantwoorden van de volgende vragen steeds een duidelijke argumentatie.



- [5pt] a) Bepaal het chromatisch getal $\chi(G)$.
- [5pt] b) Bepaal de connectiviteit $\kappa(G)$.
- [5pt] c) Heeft G een Hamiltoncykel?
- [5pt] d) Heeft de **lijngraaf** van G een Euler tour?
- [5pt] e) Heeft G een perfecte matching?
- [5pt] f) Is G perfect?

[10pt] **Opgave 2.** Beschouw de onderstaande graaf G en de matching M bestaande uit de dikke lijnen.



- [5pt] a) Vind een maximum matching M' in G die tenminste alle punten matcht die door M gematcht worden (dus met $\bigcup M \subseteq \bigcup M'$).
- [5pt] b) Vind een kleinste vertex cover in G .

[10pt] **Opgave 3.** Noem een boom *kwartair* als elk punt graad 1 of graad 4 heeft. Een punt met graad 1 heet een *blad*.

[5pt] a) Bewijs met inductie dat een kwartaire boom met b bladeren $\frac{3}{2}b - 1$ punten heeft.

[5pt] b) Bepaal het aantal kwartaire bomen met puntenverzameling $V = \{1, 2, \dots, 11\}$.

[10pt] **Opgave 4.** Bewijs (met behulp van een stelling die in dit vak behandeld is) dat elke niet-planaire graaf K_4 als topologische minor heeft.

[10pt] **Opgave 5.** In een fabriek moeten zes complexe producten geproduceerd worden met behulp van zes verschillende machines. Elke machine moet aan een aantal van de producten taken uitvoeren. In de onderstaande tabel representeert elke rij een product en elke kolom een machine. Elk wit vakje geeft aan dat er een taak uitgevoerd moet worden. Neem aan dat elke taak één uur duurt en dat we de taken in zo min mogelijk uren willen inplannen. Een machine kan hoogstens één taak tegelijk uitvoeren en een product kan hooguit één taak tegelijk ondergaan.

1		2		4	
2		3	1		4
4	3	1			2
3			4	2	1
	2	4	3	1	
	4		2	3	

[5pt] a) Beargumenteer, met behulp van een stelling die in dit vak behandeld is, dat vier uur voldoende is om alle taken uit te voeren.

[5pt] b) De planner is begonnen met het toewijzen van taken aan het eerste t/m vierde uur maar heeft uiteindelijk nog een leeg vakje dat hij/zij niet meer kan invullen, zie de bovenstaande tabel. Pas de getallen in drie vakjes aan zodanig dat daarna het lege vakje ook ingevuld kan worden, zodat daarmee alle taken in vier uur uitgevoerd worden.

[10pt] **Opgave 6.** Bepaal het aantal punten en lijnen van een 3-reguliere planaire graaf in het vlak waarvan in elk punt een driehoek en twee 10-hoeken samenkomen.