

Deeltoets TI2316 Automaten, Talen & Berekenbaarheid

27 mei 2015, 14.00–16.00 uur

- Totaal aantal pagina's (exclusief dit titelblad): 3.
- Dit tentamen bestaat uit
 - 28 meerkeuzevragen met 2 alternatieven waarvan er precies één goed is en
 - 2 open vragen.
- Het deel meerkeuzevragen telt voor 65% in het eindcijfer mee en het deel open vragen voor 35%.
- Bij de bepaling van het resultaat van de meerkeuzevragen wordt gokkanscorrectie toegepast.
- Het gebruik van dictaat, aantekeningen of andere bronnen is tijdens dit tentamen niet toegestaan.
- Eveneens is het gebruik van elektronische apparatuur zoals rekenmachines, mobiele telefoons en dergelijke, niet toegestaan.
- Uiteraard komen in één tentamen niet alle onderwerpen aan bod. Trek daarom op basis van dit tentamen geen conclusies over stof die nooit getoetst wordt.
- Gebruik voor het meerkeuzedeel het meegeleverde antwoordformulier. Vergeet daarop niet uw studienummer op de twee gevraagde manieren in te vullen, en uw handtekening (daaronder) te plaatsen! Verder wordt u aangeraden de antwoorden van het meerkeuzedeel eerst bij de vragen zelf in te vullen, en pas daarna, als u zeker bent van uw antwoorden, deze over te nemen op het antwoordformulier. Indien u een fout maakt bij het invullen daarvan, dient u de surveillant om een nieuw antwoordformulier te vragen.
- Formuleer uw antwoorden in correct Nederlands of Engels en schrijf leesbaar (gebruik eerst kladpapier). Geef geen irrelevante informatie. Dit kan leiden tot puntenaftrek.
- Controleer voordat u uw antwoorden inlevert, of op ieder blad uw naam en studienummer staan vermeld en geef het aantal ingeleverde bladen aan op (tenminste) de eerste pagina.

Meerkeuzevragen

Voor elk van de genummerde uitspraken dient u te bepalen of deze juist danwel onjuist is. De vóór de uitspraken staande inleidingen hebben daarbij steeds betrekking op de direct erop volgende 4 uitspraken. Op het bijgaande antwoordformulier dient u bij de met de uitspraken corresponderende nummers aan te geven of de betreffende uitspraken juist dan wel onjuist zijn.

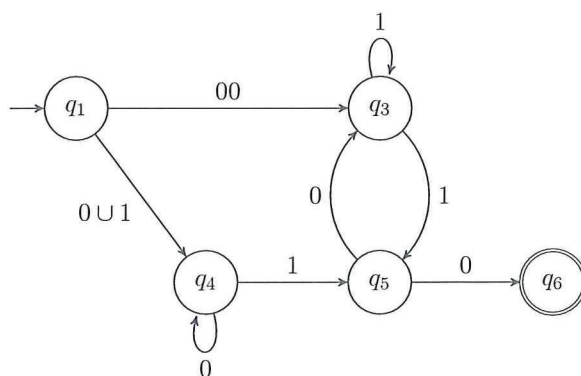
Zij alfabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ en talen $L_1 = \{aba, abba, ccc\}$ en $L_2 = \{a, b, c\}$, beide gedefinieerd over Σ . Dan geldt:

1. $L_2^1 = \Sigma$.
2. $L_1 L_2 = \{abaa, abbab, cccc\}$.
3. $abaabbaaba \in L_1^R$.
4. $L_2 \subseteq \overline{L_1}$.

Zij alfabet $\Sigma = \{0, 1\}$. Dan geldt:

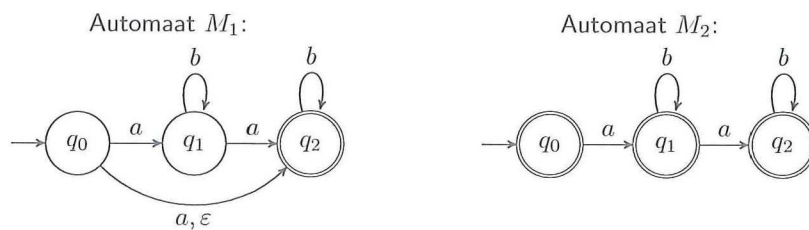
5. De reguliere expressie $(0 \cup 1)^* 0 (0 \cup 1)^* 1 (0 \cup 1)^*$ representeert alle strings waarin ieder symbool in Σ tenminste éénmaal voorkomt.
6. $|\{w \in \Sigma^* \mid |w| < 4 \text{ en } w \in L((0^* \cup 10^*)^*)\}| = 6$.
7. Reguliere expressie $111 \cup 110 \cup 1(0 \cup 1)(0 \cup 1)(0 \cup 1)(0 \cup 1)^*$ representeert alle bit strings waarvan de waarde geïnterpreteerd als een binair getal groter dan of gelijk is aan 6.

Gegeven is verder de volgende gegeneraliseerde niet-deterministische eindige automaat (GNFA) N :



8. Bij een correcte eliminatie van toestand q_3 in N volgens het algoritme van Sipser komt op de overgang van q_1 naar q_5 reguliere expressie $00(10 \cup 1)^* 1$ te staan.

Beschouw de eindige automaten M_1 (links) en M_2 (rechts) zoals weergegeven in onderstaande figuur.



Dan geldt:

9. M_2 is een deterministische eindige automaat.
10. $L(M_2) = L(M_1)$.
11. $\delta_{M_1}^*(q_0, bbb) = \emptyset$.
12. Er bestaat een stapelautomaat die $L(M_2)$ accepteert.

Zij L een reguliere (regular) taal. Dan geldt:

13. L^0 is regulier.
14. Er bestaat een niet-deterministische eindige automaat (nondeterministic finite automaton, nfa) die L accepteert.
15. L moet een eindig aantal woorden bevatten, anders kan L niet worden geaccepteerd door een eindige automaat.
16. Als $T \subseteq L$, dan is T ook regulier.

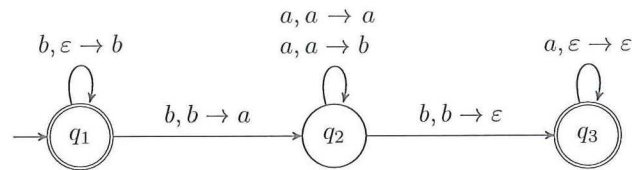
Beschouw de volgende grammatica $G = (\{S\}, \{a, b\}, S, R)$ waarbij R bestaat uit de volgende regels:

$$S \rightarrow aSbS \mid \varepsilon.$$

Dan geldt:

17. $S \Rightarrow aSbS \Rightarrow aaSbSbS \Rightarrow aabSbS \Rightarrow aabbS \Rightarrow aabb$ is een rechter afleiding.
18. G staat in Chomsky-normaalvorm.
19. Er bestaat een woord in $L(G)$ van lengte 6 waarvoor G ambigu is.
20. $L(G)$ is een reguliere taal.

Beschouw de onderstaande stapelautomaat (pushdown automaton, PDA) P .



Dan geldt:

21. $bbbaaaba \in L(P)$.
22. Er is een $w \in \{a, b\}^*$ zodanig dat $(q_1, w, \varepsilon) \vdash^* (q_2, aa, \varepsilon)$.
23. Er bestaat een stapelautomaat P' met $L(P') = L(P)^*$.
24. Er bestaat een nfa N met $L(N) = L(P)$.

De volgende items hebben alle betrekking op het wel of niet regulier of contextvrij zijn van talen. Ga na welke van de volgende uitspraken juist zijn:

25. Als ieder woord w van een taal L geschreven kan worden als $w = xyz$ waarbij voor alle $i \in \mathbb{N}$ geldt $xy^iz \in L$, dan is L een reguliere taal.
26. De taal $\{a^n b^m \mid n > m\} \cup \{b^n a^m \mid m > n\}$ waarbij $m, n \in \mathbb{N}$ is regulier.
27. De taal $\{a^m b^n c^l \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ en } m + n = l\}$ is contextvrij.
28. De taal $\{a^n b^{n+1} c^{n+2} \mid n \in \mathbb{N}\}$ is contextvrij.

Open vragen

1. Zij gegeven de taal $L = \{a^n (ab)^m \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ en } n < m, m \geq 3\}$.
 - (a) (2 punten) Geef een precieze formulering van de pompstelling voor reguliere talen. **(max. 10 regels)**
 - (b) (2 punten) Ga na of L regulier is of niet en beargumenteer uw antwoord toe. **(max. 4 regels)**
 - (c) (6 punten) Construeer een deterministische eindige automaat M in de vorm van een transitiediagramm zodanig dat $L(M) = L$ indien L regulier is, òf geef een bewijs dat L niet regulier is.
2. (5 punten) Gegeven nfa $N = (\{p, q, r, s\}, \{0, 1\}, \delta, p, \{s\})$ waarbij δ als volgt gegeven is:

δ	0	1	ε
p	$\{p, q\}$	$\{p\}$	$\emptyset$
q	$\{r\}$	$\{r\}$	$\emptyset$
r	$\{s\}$	$\emptyset$	$\{s\}$
s	$\{s\}$	$\{s\}$	$\emptyset$

Construeer volgens de in Sipser behandelde methode, uitgaande van N , een dfa die daarmee equivalent is. Een transitiegraaf volstaat. Laat hierin de niet-bereikbare toestanden en bijbehorende transities weg.