

Tussententamen Kanstat, TI2216M
1 oktober 2014, 15.45 – 17.30 uur

Bij dit examen is het gebruik van een (niet-programmeerbare) rekenmachine toegestaan. Vergeet niet op het meerkeuzenantwoordformulier je studienummer 'in code' aan te kruisen.

1. We beschouwen twee gebeurtenissen A en B . Gegeven is dat $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.6$ en $P(A \cap B) = 0.3$. Wat is $P(A^c \cap B^c)$?

a. 0.2 b. 0.3 c. 0.4 d. 0.5 e. 0.6 f. 0.7

2. Een bak bevat twee rode, drie witte en drie blauwe ballen.

Als je willekeurig (en zonder terugleggen) twee ballen pakt, hoe groot is dan de kans dat de getrokken ballen verschillende kleuren hebben?

a. $\frac{7}{8}$ b. $\frac{45}{56}$ c. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{25}{28}$ e. $\frac{3}{4}$ f. $\frac{17}{18}$

3. Welk(e) van de beweringen is/zijn correct voor elk tweetal gebeurtenissen A en B :

(I) $P(A|B) + P(A|B^c) = 1$

(II) $P(A|B) + P(A^c|B) = 1$

a. beide zijn correct b. alleen (I) is correct
c. beide zijn incorrect d. alleen (II) is correct

4. George en Vladimir schieten om en om op een schietschijf totdat ze allebei een keer de roos geraakt hebben. (Degene die het eerst de roos treft blijft daarna meedoen.) De kans om het doel te treffen is voor beide gelijk aan p . Wat is de kans dat er precies zeven keer geschoten wordt?

a. $p^2(1-p)^5$ b. $p^2(1-(1-p)^5)$ c. $p(1-p)^3(1-(1-p)^3)$
d. $6p^2(1-p)^5$ e. $3p^2(1-(1-p)^5)$ f. $p^2(1-p)^2(1-(1-p)^3)$

5. Sinaasappeloogsten in Zuid-Spanje worden, het ene jaar erger dan het andere jaar, aangetast door parasieten. Voor twee aangrenzende regio's R_1 en R_2 is de kans op besmetting 20% (voor R_1) respectievelijk 25%. De kans dat de parasiet in (minstens) een van beide regio's toeslaat is 35%. Een schip met sinaasappelen afkomstig uit regio R_1 wordt bij aankomst in Rotterdam gecontroleerd en blijkt geïnfecteerd te zijn. Wat is de (voorwaardelijke) kans dat de parasiet ook in R_2 heeft toegeslagen?

a. 10% b. 15% c. 20% d. 25% e. 40% f. 50%

6. [Vervolg op de vorige vraag]

Stel nu dat er anderhalf keer zoveel sinaasappelen uit regio R_2 als uit regio R_1 worden ingevoerd. Wat is dan de kans dat een besmette sinaasappel die in Rotterdam aankomt, afkomstig is uit regio R_2 ?

- a. 28 % b. 65 % c. 33 % d. 57 % e. 45 % f. 50 % g. 71 % h. 40 %

7. Stel X is een stochastische variabele met dichtheidsfunctie $f(x) = \frac{5}{2} - x$, $1 \leq x \leq 2$ (en $= 0$ daarbuiten). De verdelingsfunctie $F(x)$ is voor x tussen 1 en 2 gelijk aan

- a. $\frac{5}{2} - 2x$ b. $\frac{5}{2}x - \frac{1}{2}x^2$ c. $\frac{5}{2}x - \frac{1}{2}x^2 - 1$ d. $\frac{5}{2}x - \frac{1}{2}x^2 - 2$

8. [vervolg op de vorige opgave]

De verwachting van de stochast uit de vorige opgave is gelijk aan

- a. $\frac{3}{2}$ b. $\frac{4}{3}$ c. $\frac{6}{5}$ d. $\frac{7}{6}$ e. $\frac{17}{12}$ f. $\frac{19}{12}$

9. Welke verdeling – de output-variabele is x – wordt gesimuleerd met het volgende Matlab-programma:

```
x = 0;
u = rand(1);
while u < 1
    x = x+1;
    u = u*4;
end;
x
```

- a. Ber(1/4) b. Ber(3/4) c. Geom(1/4) d. Geom(3/4)
e. Unif(0,4) f. Unif(1,4) g. Poisson(1/4) h. Poisson(4)

10. Welke ongelijkheid is waar voor *elke* stochast X die alleen waarden > 0 aanneemt? (I) $E[X^3] \leq E[X]^3$;

(II) $E[1/X] \leq 1/E[X]$; (III) $E[\ln X] \leq \ln(E[X])$.

- a. geen b. (I) c. (II) d. (III) e. (I),(II)
f. (I),(III) g. alle h. (II),(III)

11. Stel $U = X + Y$, $V = Y + Z$, voor onafhankelijke $\text{Ber}(\frac{1}{3})$ -verdelingen X , Y en Z (dus $P(X = 1) = \frac{1}{3}$, $P(X = 0) = \frac{2}{3}$). Er geldt: $P(U = V) =$

- a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{1}{3}$ c. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{3}{4}$ e. $\frac{5}{6}$ f. $\frac{5}{9}$

12. Het paar stochasten (X, Y) heeft een simultane verdeling met dichtheid

$$f(x, y) = e^{-x}e^{-2y} + e^{-2x}e^{-y}, \text{ als } x, y \geq 0, \text{ en } = 0, \text{ elders}$$

De marginale verdelingsfunctie van X wordt (voor $x \geq 0$) gegeven door $F_X(x) =$

- a. $e^{-x} + 2e^{-2x}$ b. $2e^{-x} + e^{-2x}$ c. $\frac{1}{2}e^{-x} + e^{-2x}$
d. $1 - e^{-x} - \frac{1}{2}e^{-2x}$ e. $1 - e^{-x} - e^{-2x}$ f. $1 - \frac{1}{2}e^{-x} - \frac{1}{2}e^{-2x}$

13. X en Y hebben een gezamenlijke verdeling volgens de volgende tabel, waarin $p(a, b) = P(X = a, Y = b)$:

$p(a, b)$		b				$p_X(a)$
		0	1	2	3	
a	1	0.10	0.10	0.05	0.05	0.30
	2	0.10	0.10	0.10	0.10	0.40
	3	0.05	0.05	0.10	0.10	0.30
$p_Y(b)$		0.25	0.25	0.25	0.25	1

Bereken $E[X + Y]$.

- a. 2.5 b. 3.0 c. 3.2 d. 3.6 e. 2.2 f. 2.8 g. 3.5 h. 4.0

14. [vervolg op de vorige opgave]

Bereken $P(X \leq 2 | Y = 1)$.

- a. 0.15 b. 0.20 c. 0.25 d. 0.60 e. 0.67 f. 0.80

15. Voor een zekere student heeft de reistijd van huis naar de universiteit (en ook van de terugweg) dezelfde verdeling met een gemiddelde van 25 minuten, en een standaard deviatie van 4 minuten. Hoe groot is nu de variantie van de totale reistijd op een dag (dus de reis van huis naar uni, en terug)?

- a. 4; b. 8; c. 16; d. 32;
e. dat is pas te zeggen, als je het type verdeling weet
f. dat is pas te zeggen, als je de covariantie weet
g. dat is pas te zeggen, als je het type verdeling en de covariantie weet

16. Als de simultane dichtheidsfunctie van twee stochastische variabelen X en Y is gegeven door $f_{X,Y}(x, y) = c(2x + y)$, voor $0 \leq x, y \leq 1$, en anders $f_{X,Y}(x, y) = 0$, wat is dan c ?

- a. 1 b. 2/3 c. 3/2 d. 1/2 e. 4/3 f. 3/4

17. Als X en Y continue stochasten zijn met gezamenlijke dichtheidsfunctie $f_{X,Y}(x, y)$ en X en Y zijn ongecorrleerd, welke van de volgende drie beweringen geldt/gelden dan altijd:
- (I) $E[XY] = E[X] E[Y]$;
 (II) $f_{X,Y}(x, y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$;
 (III) $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$.
- a. geen b. (I) c. (II) d. (III) e. (I),(II)
 f. (I),(III) g. alle h. (II),(III)
18. Stel X_1, X_2, X_3 zijn onafhankelijke stochasten met een normale verdeling met $\mu = 25, \sigma^2 = 12$. Bereken de kans dat $\bar{X}_3$, het gemiddelde, een waarde aanneemt tussen 22 en 25.
- a. 0.477 b. 0.307 c. 0.458 d. 0.499 e. 0.341 f. 0.433
19. Stel dat we twee stochastische variabelen X en Y hebben, die beide alleen de waardes -1 en $+1$ kunnen aannemen. Verder weten we dat $P(X = +1) = 0.5, P(Y = +1) = 0.6$ en $P(X = -1, Y = +1) = 0.3$. Welke uitspraak is waar: X en Y zijn
- a. afhankelijk en gecorreleerd b. afhankelijk en ongecorrleerd
 c. onafhankelijk en gecorreleerd d. onafhankelijk en ongecorrleerd.
20. De tijdstippen van overvallen op geldtransporten in Europa gedragen zich als een Poisson proces met een verwachting van 1 overval per 2 dagen. Wat is de kans dat er in een werkweek (dus 5 dagen) 2 of meer overvallen plaatsvinden?
- a. 0.82 b. 0.46 c. 0.71 d. 0.50 e. 0.38 f. 0.61

AUB formuleblad weer (netjes) inleveren.