Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, 2628 CD DELFT

TU Delft

tentamen Analyse (deel 1) – wi 1 005 In
28 oktober 2009, 09.00–11.00 uur

Deelname aan dit tentamen is voorbehouden aan wie zich hebben opgegeven.
Zo nodig wordt je werk onbeoordeeld terzijde gelegd.

Alleen het **formuleblad** *van het* instellingspakket *mag worden gebruikt. Gebruik van rekenmachines, boeken en aantekeningen, en onderling contact zijn* **niet** *toegestaan.*

Per vraag is precies één antwoord correct. Geef dat aan op het antwoordformulier.
Zet daarop ook versie, naam en studienummer (vul ook de betreffende vakjes in).

De twee resterende vragen beantwoord je op het aparte vel, en dat lever je ook in; voorzie je antwoorden daarop van een korte argumentatie.

1. $\sin(\arctan(x^2)) =$

A. $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{1+x^4}}$
B. $\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$ D. $\frac{x^2}{\sqrt{1+x^4}}$

2. De afgeleide van $\sqrt{\sin^2 x}$ naar x als $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ is

A. $\cos x$ C. $\dfrac{2\sin x}{\sqrt{\sin^2 x}}$
B. $-\cos x$ D. $\dfrac{2\cos x}{\sqrt{\sin^2 x}}$

3. De afgeleide van $(1+x^2)\arctan x$ naar x is na vereenvoudiging

A. $\dfrac{2x}{1+x^2}$ C. $\dfrac{1+2x}{1+x^2}$
B. $\dfrac{2x}{\sin^2 x}$ D. $1+2x\ \arctan x$

4. $$\int \frac{\mathrm{d}x}{x\ \ln(x)} =$$

A. $\ln(\ln|x|)$ C. $\ln|\ln x|$
B. $\dfrac{-2}{(\ln(x))^2}$ D. $\frac{1}{2}(\ln(x))^2$

5. $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\ \cos x\,\mathrm{d}x =$$

A. $\frac{\pi}{2}+1$ C. $-\frac{\pi}{2}-1$
B. $\frac{\pi}{2}-1$ D. $\frac{\pi^2}{8}$

z.o.z.

6. Beschouw de integraal $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}}$.

Beantwoord de volgende vragen:

vraag 1 : is deze integraal oneigenlijk?

vraag 2 : is deze integraal convergent?

De juiste antwoorden op deze vragen zijn respectievelijk:

A. ja / ja
B. ja / nee
C. nee / ja
D. nee / nee

7. $$\int_{-1}^{\infty} \frac{2x}{(x^2+1)^2}\,\mathrm{d}x =$$

A. 1
B. -1
C. $\frac{1}{2}$
D. $-\frac{1}{2}$

8. Om aan te tonen dat $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}\,|\ln x|}\,\mathrm{d}x$ *divergent* is volgen vier argumenten:

1. $\frac{1}{\sqrt{x}\,|\ln x|} > \frac{1}{\sqrt{x}}$ voor $0 \leq x \leq \frac{1}{\mathrm{e}}$;
2. $\frac{1}{\sqrt{x}\,|\ln x|} > \frac{1}{x\,\ln x} - 1 > 0$ voor $\frac{1}{\mathrm{e}} \leq x < 1$;
3. $\int_{1/\mathrm{e}}^{1} \frac{1}{x \ln x}\,\mathrm{d}x$ is divergent;
4. $\int_0^{1/\mathrm{e}} \frac{1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ is convergent.

De beweringen zijn op zichzelf genomen waar, en gezamenlijk volstaan zij om het gevraagde aan te tonen. Stel dat je geen andere argumenten mag gebruiken.

Welke argumenten heb je *ten minste* nodig om divergentie aan te tonen?

A. 1 en 3
B. 1 en 4
C. 2 en 3
D. 2 en 4

9. Welke betrekking beschrijft de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking

$$x\,(2 - \frac{1}{\ln y})\,y' = y\,?$$

A. $\frac{y^2}{\ln y} = C\,x$
B. $\ln(y^2 - \ln y) = C\,\ln x$
C. $2y + y\,(\ln y - 1) = \ln x + C$
D. $x^2\,(1 - \frac{1}{2}\,y\,(\ln y - 1)) = \frac{1}{2}\,y^2 + C$

10. De differentiaalvergelijking $x^2\,y' - xy = \frac{1}{x}$ is

A. wel separabel en wel lineair
B. niet separabel en wel lineair
C. wel separabel en niet lineair
D. niet separabel en niet lineair

$\boxed{\longrightarrow}$

11. $e^{\frac{1}{4}\pi+i} =$

A. $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}$

B. $e^{\frac{1}{4}\pi}\,(\cos 1 + i\sin 1)$

C. $\cos(\frac{1}{4}\pi + 1) + i\sin(\frac{1}{4}\pi + 1)$

D. $e^{\pi}\,(\cos\frac{1}{4} + i\sin\frac{1}{4})$

12. Als $z = -\sqrt{7} + i\sqrt{21}$ en $w = -3 - 3i$ zijn, is $\arg(zw)$ gelijk aan

A. $\frac{7}{12}\pi$

B. $\frac{11}{12}\pi$

C. $\frac{19}{12}\pi$

D. $\frac{23}{12}\pi$

13. Geef de oplossing van het volgende beginwaardeprobleem:

$$y'' + 6y' + 9y = 0\,, \quad y(1) = 0\,,\ y'(0) = 1\,.$$

A. $\frac{1}{2}(1-x)e^{3x}$

B. $\frac{1}{3}(1-x)e^{-3x}$

C. $\frac{1}{4}(1-x)e^{-3x}$

D. $\frac{1}{9}\sin(3x)$

14. Welke van de volgende functies is een *particuliere* oplossing van de differentiaalvergelijking $y'' + 2y' + 2y = 3\cos x$?

A. $3\cos x$

B. $\frac{3}{5}(\cos x + 2\sin x)$

C. $e^{-x}\,(\frac{1}{9}\cos x - \frac{1}{9}\sin x)$

D. $e^{-x}\,(\frac{3}{5}\cos x + \frac{6}{5}\sin x)$

Er zijn nog twee vragen op een apart vel; lever dat vel ook in

Normering

Elk onderdeel is evenveel waard, de twee open vragen twee keer zoveel.
Als n het totale aantal juiste antwoorden is $(0 \le n \le 18)$,
en q het resultaat van de quizzen voor deel 1 $(0 \le q \le 1)$
is het cijfer $c = \frac{n}{18}\cdot 10 + q$ *(afgerond,* $1 \le c \le 10$*).*