Toets 2 / Test 2
TW1010 Wiskundige Structuren / Mathematical Structures
Woensdag 13 december 2017 / Wednesday December 13, 2017
14.00-15.00

Vul hieronder je studentnummer, naam en achternaam in.
Fill out your student number, your name, and your family name below.

Student number:
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

First name:

Last name:

Rekenmachines zijn niet toegestaan. Vul de antwoorden in de vakken in. Het cijfer is (score+4)/4.
No calculators allowed. Write the solutions in the fields provided. The grade is (score+4)/4.

Opgave / Exercise ____ voortgezet (extra ruimte) / continued (extra space)

Opgave / Exercise [ ] voortgezet (extra ruimte) / continued (extra space)

1a Maak de definitie af. Een *open overdekking* van een verzameling $S \subseteq \mathbb{R}$ is ... 2
Complete the definition. An *open cover* of a set $S \subseteq \mathbb{R}$ is ...

1b Maak de definitie af. Een verzameling $S \subseteq \mathbb{R}$ is *compact* als ... 2
Complete the definition. A set $S \subseteq \mathbb{R}$ is *compact* if ...

1c Laat met behulp van de definitie zien dat het interval $[0, 1)$ niet compact is. 8
Show that the interval $[0, 1)$ is not compact using the definition of compactness.

2a De rij (s_n) is gedefinieerd door / The sequence (s_n) is defined by 8

$$s_1 = 6, \qquad s_{n+1} = \sqrt{8 + 2s_n}, \ n \geq 1.$$

Bewijs dat (s_n) convergeert. Je mag gebruiken dat $s_n \geq 0$ voor alle n.
Prove that (s_n) converges. You may use that $s_n \geq 0$ for all n.

2b Bereken $s = \lim s_n$. / Calculate $s = \lim s_n$.

4

3a Bereken de som van de reeks of laat zien dat deze divergeert. 4
Evaluate the sum of the given series or show that it diverges.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-2)^{n+2}}{3^{2n}}$$

3b Bepaal of the reeks convergeert of divergeert. 4
Determine whether the series converges or diverges.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n - \sqrt{n}}$$

4 De rij (s_n) heeft de volgende eigenschap: voor iedere $N \in \mathbb{N}$ bestaat er een $n > N$ zo dat $1 < s_n < 2$, ofwel 4

$$\forall N \in \mathbb{N} : \exists n > N : 1 < s_n < 2.$$

Bewijs dat (s_n) een convergente deelrij heeft.

The sequence (s_n) has the following property: for every $N \in \mathbb{N}$ there exists an $n > N$ such that $1 < s_n < 2$, that is

$$\forall N \in \mathbb{N} : \exists n > N : 1 < s_n < 2.$$

Prove that (s_n) has a convergent subsequence.