Technische Universiteit Delft – Toegepaste Wiskunde
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, 2628 CD DELFT

TU Delft

tentamen Analyse (deel 1) – wi 1 005 In
28 oktober 2008, 09.00–11.00 uur

Deelname aan dit tentamen is voorbehouden aan wie zich hebben opgegeven.
Zo nodig wordt je werk onbeoordeeld terzijde gelegd.

Alleen het **formuleblad** *van het* instellingspakket *mag worden gebruikt. Gebruik van rekenmachines, boeken en aantekeningen, en onderling contact zijn* **niet** *toegestaan.*

Per vraag is precies één antwoord correct. Geef dat aan op het antwoordformulier.

Zet daarop ook versie, naam en studienummer (vul ook de betreffende vakjes in).

1. $\cos\left(\arcsin(\frac{1}{\sqrt{1+x^4}})\right) =$

A. $\frac{x}{\sqrt{1+x^4}}$ C. $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
B. $\frac{x^2}{\sqrt{1+x^4}}$ D. $\frac{1}{x^2}$

2. De afgeleide van $e^{\sqrt{x}}$ naar x is

A. $e^{\sqrt{x}}$ C. $\frac{1}{2\sqrt{x}}\, e^{\sqrt{x}}$
B. $\sqrt{x}\, e^{\sqrt{x}}$ D. $e^{\frac{1}{2\sqrt{x}}}$

3. Als $1 + y + x^2y^3 = 0$ en bekend is dat $y(1) = 2$ volgt dat $\frac{dy}{dx}(1) =$

A. $-\frac{1}{25}$ C. -24
B. $-\frac{4}{13}$ D. $-\frac{16}{13}$

4. De afgeleide van $h(x) = \sqrt{1-x^2}\,\arcsin x$ is na vereenvoudiging:

A. $\dfrac{1}{2\,(1-x^2)}$ C. $\dfrac{-x\cos x}{\sin^2 x\,\sqrt{1-x^2}}$
B. $1 - \dfrac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$ D. $\dfrac{-\cos x\,\sqrt{1-x^2}}{\sin^2 x} - \dfrac{x\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$

5. Door substitutie van $u = x^2$ wordt $\displaystyle\int \frac{\cos x^2}{x}\, dx =$

A. $\displaystyle\int \frac{\cos u}{u}\, du$ C. $\displaystyle\int \frac{\cos u}{2u}\, du$
B. $\displaystyle\int u\cos u\, du$ D. $\displaystyle\int 2u\cos u\, du$

6. $\displaystyle\int \sin x \cos(\cos x)\, dx =$

A. $\sin(\sin x)$ C. $-\sin(\cos x)$
B. $\cos(\sin x)$ D. $-\cos(\cos x)$

7. $\int\limits_{-1}^{1} xe^{-x}\,\mathrm{d}x=$

A. $-2\mathrm{e}$

B. $-2\mathrm{e}^{-1}$

C. $-2\mathrm{e}-2\mathrm{e}^{-1}$

D. $-2\mathrm{e}+2\mathrm{e}^{-1}$

8. $\displaystyle\int_{1}^{\infty} \frac{x}{\ln x}\,\mathrm{d}x$ is

A. *niet* oneigenlijk

B. oneigenlijk in ∞

C. oneigenlijk in 1

D. oneigenlijk in 1 èn in ∞

9. $\displaystyle\int_{0}^{2} \frac{\mathrm{d}x}{(2x-3)^2} =$

A. $-\frac{1}{3}$

B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. bestaat niet

10. Om aan te tonen dat $\displaystyle\int_{1}^{\infty} \frac{1}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}\,\mathrm{d}x$ convergent is worden vier argumenten genoemd:

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}} = 0$;

2. $0 \le \frac{1}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}} < \mathrm{e}^{-x}$ op het interval $[1,\infty)$;

3. $\frac{1}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}$ is begrensd op het interval $[1,\infty)$; en

4. $\int\limits_{1}^{\infty} \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$ is convergent.

De beweringen zijn op zichzelf genomen waar, en gezamenlijk volstaan zij om het gevraagde aan te tonen. Stel dat je geen andere argumenten mag gebruiken.

Welke argumenten heb je *ten minste* nodig om convergentie aan te tonen?

A. 1

B. 1 en 4

C. 3

D. 2 en 4

11. Gegeven zijn de volgende eerste-orde differentiaalvergelijkingen:

vergelijking A: $xy\,y' + 2x\,y = -\tan^2 x$; en

vergelijking B: $y' - \sin x = x^3\,y^2$.

Welke van deze vergelijkingen is of zijn lineair?

A. alleen A

B. alleen B

C. geen van beide

D. beide

$\longrightarrow$

12. Geef de oplossing van de volgende differentiaalvergelijking:

$$y' - \tfrac{2}{x}\,y = x\,.$$

A. $y = \frac{1}{2} + \frac{C}{x^2}$

B. $y = x^2 \ln|x| + Cx^2$

C. $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{C}{x^2}$

D. $y = -\frac{1}{2}x\mathrm{e}^{-2x} + C\mathrm{e}^{-2x}$

13. $\dfrac{1+2i}{3-4i} =$

A. $-\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\,i$

B. $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\,i$

C. $\frac{5}{7} - \frac{10}{7}\,i$

D. $\frac{11}{25} + \frac{2}{25}\,i$

14. Gegeven zijn twee complexe getallen z en w;
verder is bekend dat $\arg z = 1$ en $\arg w = -\frac{1}{2}$.

Daarmee tracht men $a = \arg(z+w)$ en $b = \arg(zw)$ te bepalen. Er geldt:

A. $a = \frac{1}{2}$ en $b = -\frac{1}{2}$

B. $a = \frac{1}{2}$ en b is niet te bepalen

C. a is niet te bepalen en $b = -\frac{1}{2}$

D. a is niet te bepalen en $b = \frac{1}{2}$

15. De oplossingen in $\mathbb{C}$ van de binomiaalvergelijking $z^6 = 16$ zijn:

A. ± 2

B. $1 \pm i\sqrt{3},\ -1 \pm i\sqrt{3}$

C. $\pm 2,\ \sqrt{3} \pm i,\ -\sqrt{3} \pm i$

D. $\pm 2,\ 1 \pm i\sqrt{3},\ -1 \pm i\sqrt{3}$

16. De *algemene* oplossing van de differentiaalvergelijking $y'' + y = 0$ luidt:

A. $c_1\,x + c_2$

B. $c_1\,\mathrm{e}^{-x} + c_2$

C. $c_1 \sin x + c_2 \cos x$

D. $c_1\,\mathrm{e}^{x} + c_2\,\mathrm{e}^{-x}$

17. Geef de oplossing van het volgende beginvoorwaardeprobleem:

$$y - 5y' + 4y = 0\,,\quad y(0) = 0\,,\ y'(0) = 1\,.$$

A. $\frac{1}{3}\,\mathrm{e}^{4x} - \frac{1}{3}\,\mathrm{e}^{x}$

B. $\frac{1}{3}\,\mathrm{e}^{x} - \frac{1}{3}\,\mathrm{e}^{4x}$

C. $\frac{1}{3}\,\mathrm{e}^{-4x} - \frac{1}{3}\,\mathrm{e}^{-x}$

D. $\frac{1}{3}\,\mathrm{e}^{-x} - \frac{1}{3}\,\mathrm{e}^{-4x}$

18. Kies de juiste vorm voor een *particuliere* oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y'' - 3y' + 2y = \mathrm{e}^{-x}\cos x:$$

A. $a\,\mathrm{e}^{-x}\cos x$

B. $a\,x\mathrm{e}^{-x}\cos x$

C. $a\,\mathrm{e}^{-x}\cos x + b\,\mathrm{e}^{-x}\sin x$

D. $a\,x\mathrm{e}^{-x}\cos x + b\,x\mathrm{e}^{-x}\sin x$

Normering

Elk onderdeel is evenveel waard.
Als n het totale aantal juiste antwoorden is ($0 \le n \le 18$),
en q het resultaat van de quizzen voor deel 1 ($0 \le q \le 1$)
is het cijfer $c = \frac{n}{18}\cdot 10 + q$ (afgerond, $1 \le c \le 10$).