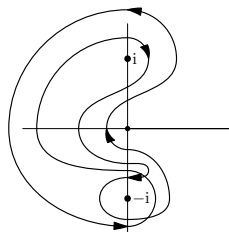


1. Maak de volgende definities af.
  - (4) a. Zij  $D$  een gebied in  $\mathbb{R}^2$ . Een (reëel) continu differentieerbare functie  $f : D \rightarrow \mathbb{R}^2$  is (lokaal) *conform* als ...
  - (4) b. Een gebied  $D$  is *stervormig* als ...
  - (4) c. Een *ophefbare singulariteit* van een analytische functie  $f : D \rightarrow \mathbb{C}$  is ...
  - (4) d. Het *residu* van een analytische functie  $f$  in een geïsoleerde singulariteit  $a$  is ...
- (10) 2. Formuleer de Stelling van Liouville.
3. We beschouwen in deze vraag de *hoofdtak* van  $z^{\frac{1}{2}}$  (met domein  $\mathbb{C}_-$ ).
  - (6) a. Bepaal de verzameling  $\{z : \operatorname{Re} z^2 = -1\}$ .
  - (7) b. Bepaal en schets het beeld van  $D = \{z \in \mathbb{C}_- : -1 < \operatorname{Re} z < 1\}$  onder de afbeelding  $z \mapsto z^{\frac{1}{2}}$ .
4. Zij  $D$  een gebied in  $\mathbb{C}$  en laat  $f : D \rightarrow \mathbb{C}$  analytisch zijn met twee geïsoleerde singulariteiten  $a$  en  $b$ .
  - (6) a. Neem aan dat er een  $r > 0$  is zó dat  $|f(z)| \leq 1/\sqrt{|z-a|}$  voor alle  $z$  met  $0 < |z-a| < r$ . Toon aan dat  $f$  in  $a$  een ophefbare singulariteit heeft.
  - (6) b. Neem aan dat er een  $s > 0$  is zó dat  $|f(z)| \geq 1/\sqrt{|z-b|}$  voor alle  $z$  met  $0 < |z-b| < s$ . Toon aan dat  $f$  in  $b$  een pool heeft.
5. We nemen de tak van  $z^i$  bepaald door  $z^i = \exp(i \log z)$  waarbij  $\log z$  gedefinieerd is met  $0 < \arg z < 2\pi$ .
  - (6) a. Bereken  $i^i$  en  $(-i)^i$ .
  - (7) b. Gegeven een kromme  $\alpha$  met de onderstaande beeldverzameling, die éénmaal doorlopen wordt



Bereken

$$\oint_{\alpha} \frac{z^i}{(z^2 + 1)^2} dz$$

- (13) 6. Bereken

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2t}{13 - 5 \cos t} dt$$

door middel van contourintegratie. Rechtvaardig alle stappen.

Zie ook de volgende bladzijde.

(13) 7. Bereken

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt[3]{x}}{x^3 + 1} dx$$

door middel van contourintegratie. Rechtvaardig alle stappen. (Eventuele voorkomens van cosinus en sinus hoeven niet verder uitgewerkt te worden.)

---

De waardering voor elke vraag staat in de kantlijn; het cijfer wordt berekend volgens de formule

$$\text{Cijfer} = \frac{\text{Totaal} + 10}{10}$$

en op de gebruikelijke wijze afgerond.

EINDE