

1. Maak de volgende definities af.

- (3) a. Een functie $f : D \rightarrow \mathbb{C}$ heeft een (geïsoleerde) *singulariteit* in a als ...
- (3) b. Een functiereeks $\sum_n f_n$ is *normaal convergent* op een gebied D als ...
- (3) c. De *hoofdwaarde van het argument* van een complex getal is ...
- (3) d. De *orde van een niet-essentiële singulariteit* a van een analytische functie f is ...
- (10) 2. Formuleer het Lemma van Schwarz voor analytische functies op de eenheidsschijf $\mathbb{E}$, inclusief de conclusie als ergens gelijkheid optreedt.
- (9) 3. Zij $f : D \rightarrow \mathbb{C}$ een analytische functie, met D een gebied. Bewijs dat de niveaукrommen van de reële en imaginaire delen van f elkaar loodrecht snijden.
- (9) 4. Zij $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ een analytische functie. Neem aan dat er een positief getal M bestaat zó dat

$$|f(z)| \leq M \cdot |z| \cdot \ln|z|$$

als $|z| \geq 10$. Bewijs dat er constanten α en β zijn zó dat $f(z) = \alpha + \beta z$.

- (15) 5. Bereken de integraal

$$\int_0^\infty \frac{\cos x}{1+x^2} dx$$

Motiveer alle stappen in je berekening.

- (10) 6. Laat zien dat er precies twee analytische functies op $U_1(0)$ bestaan met de eigenschap dat

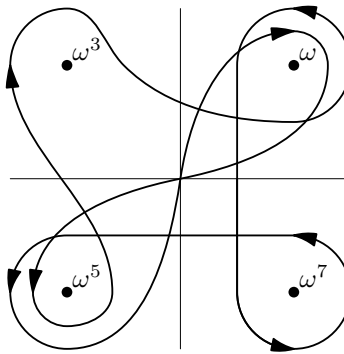
$$\left(f\left(\frac{1}{n}\right)\right)^2 = \frac{n+1}{n}$$

voor alle $n \in \mathbb{N}$.

- (6) 7. Bepaal het aantal oplossingen van de vergelijking $\exp(z) = 3z$ op de eenheidsschijf.
- (9) 8. Bepaal de eerste drie termen ongelijk aan nul van de Laurentreeks van $\cotan z$ rond 0.
NB $\cotan z = (\cos z)/(\sin z)$.

Zie ook de volgende bladzijde.

9. Gegeven een kromme α met de onderstaande beeldverzameling, die éénmaal doorlopen wordt



NB $\omega = \exp(\frac{\pi}{4}i)$.

- (4) a. Bepaal van de vier aangegeven punten het windgetal van α ten opzichte van dat punt.
- (6) b. Bereken

$$\oint_{\alpha} \frac{1}{\zeta^4 + 1} d\zeta$$

De waardering voor elke vraag staat in de kantlijn; het cijfer wordt berekend volgens de formule

$$\text{Cijfer} = \frac{\text{Totaal} + 10}{10}$$

en op de gebruikelijke wijze afgerond.

EINDE