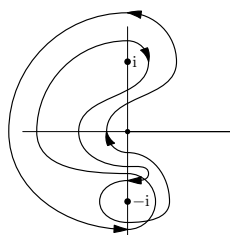


1. Maak de volgende definities af.
 - (4) a. Zij D een gebied in $\mathbb{R}^2$. Een (reëel) continu differentieerbare functie $f : D \rightarrow \mathbb{R}^2$ is (lokaal) *conform* als ...
 - (4) b. Een gebied D is *stervormig* als ...
 - (4) c. Een *ophefbare singulariteit* van een analytische functie $f : D \rightarrow \mathbb{C}$ is ...
 - (4) d. Het *residu* van een analytische functie f in een geïsoleerde singulariteit a is ...
- (10) 2. Formuleer de Stelling van Liouville.
3. We beschouwen in deze vraag de *hoofdtak* van $z^{\frac{1}{2}}$ (met domein $\mathbb{C}_-$).
 - (6) a. Bepaal de verzameling $\{z : \operatorname{Re} z^2 = -1\}$.
 - (7) b. Bepaal en schets het beeld van $D = \{z \in \mathbb{C}_- : -1 < \operatorname{Re} z < 1\}$ onder de afbeelding $z \mapsto z^{\frac{1}{2}}$.
4. Zij D een gebied in $\mathbb{C}$ en laat $f : D \rightarrow \mathbb{C}$ analytisch zijn met twee geïsoleerde singulariteiten a en b .
 - (6) a. Neem aan dat er een $r > 0$ is zó dat $|f(z)| \leq 1/\sqrt{|z-a|}$ voor alle z met $0 < |z-a| < r$. Toon aan dat f in a een ophefbare singulariteit heeft.
 - (6) b. Neem aan dat er een $s > 0$ is zó dat $|f(z)| \geq 1/\sqrt{|z-b|}$ voor alle z met $0 < |z-b| < s$. Toon aan dat f in b een pool heeft.
5. We nemen de tak van z^i bepaald door $z^i = \exp(i \log z)$ waarbij $\log z$ gedefinieerd is met $0 < \arg z < 2\pi$.
 - (6) a. Bereken i^i en $(-i)^i$.
 - (7) b. Gegeven een kromme α met de onderstaande beeldverzameling, die éénmaal doorlopen wordt



Bereken

$$\oint_{\alpha} \frac{z^i}{(z^2 + 1)^2} dz$$

- (13) 6. Bereken

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2t}{13 - 5 \cos t} dt$$

door middel van contourintegratie. Rechtvaardig alle stappen.

Zie ook de volgende bladzijde.

(13) 7. Bereken

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt[3]{x}}{x^3 + 1} dx$$

door middel van contourintegratie. Rechtvaardig alle stappen. (Eventuele voorkomens van cosinus en sinus hoeven niet verder uitgewerkt te worden.)

De waardering voor elke vraag staat in de kantlijn; het cijfer wordt berekend volgens de formule

$$\text{Cijfer} = \frac{\text{Totaal} + 10}{10}$$

en op de gebruikelijke wijze afgerond.

EINDE