Technische Universiteit Delft – Technische Wiskunde
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Mekelweg 4, 2628 CD DELFT

tentamen Analyse (deel 1) – wi 1 005 In
1 november 2006, 09.00–11.00 uur

Deelname aan dit tentamen is voorbehouden aan wie zich hebben opgegeven.
Zo nodig wordt je werk onbeoordeeld terzijde gelegd.

Het ***formuleblad*** *van het* instellingspakket *mag worden gebruikt. Gebruik van rekenmachines, boeken en aantekeningen, en onderling contact zijn* ***niet*** *toegestaan.*

Per vraag is precies één antwoord correct. Geef dat aan op het antwoordformulier.
Zet daarop ook versie, naam en studienummer (vul ook de betreffende vakjes in).

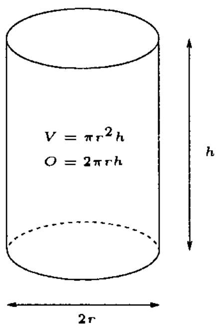
1. Laat $f(x) = \tan(\cos x)$ zijn. De afgeleide $f'(x)$ is gelijk aan

A. $\frac{1}{\cos^2 x}$
B. $\frac{\sin x}{\cos^2 x}$
C. $\frac{1}{\cos^2(\cos x)}$
D. $\frac{1}{\cos^2(\sin x)}$
E. $\frac{-1}{\cos^2 x}$
F. $\frac{-\sin x}{\cos^2 x}$
G. $\frac{-\sin x}{\cos^2(\cos x)}$
H. $\frac{1}{\cos^2(-\sin x)}$

2. Een vergelijking van de raaklijn in het punt $x = 1$, $y = 1$ aan de kromme gegeven door de impliciete betrekking $2\ln(xy) + \frac{x}{y} = 1$ luidt

A. $3x + y = 4$
B. $3x - y = 2$
C. $y = 3x$
D. $y = -3x$
E. $x + 3y = 4$
F. $x - 3y = -2$
G. $x + y = 2$
H. $y = x$

3. Een cilinder (*zie* figuur) bezit een inhoud V van $60\,\mathrm{dm}^3$ en een wandoppervlakte O (zonder de bodem) van $60\,\mathrm{dm}^2$; de onzekerheid $\mathrm{d}V$ in V is $2\,\mathrm{dm}^3$, en wordt geheel veroorzaakt door het feit dat de straal r niet precies bekend is.
Hoe groot is de onzekerheid $\mathrm{d}O$ in O?



A. $1\,\mathrm{dm}^2$
B. $2\,\mathrm{dm}^2$
C. $3\,\mathrm{dm}^2$
D. $4\,\mathrm{dm}^2$
E. $\frac{1}{2}\,\mathrm{dm}^2$
F. $\frac{2}{3}\,\mathrm{dm}^2$
G. $\frac{4}{3}\,\mathrm{dm}^2$
H. er ontbreken gegevens

4. $$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin\vartheta}{\cos^2\vartheta}\,\mathrm{d}\vartheta =$$

A. -1
B. 1
C. 2
D. 3
E. $\frac{2}{\sqrt{3}} - 1$
F. $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$
G. $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$
H. bestaat niet

z.o.z.

5. $$\int \frac{\sqrt{x}}{1+x}\,\mathrm{d}x =$$

A. $\dfrac{2x}{3+x} + C$

B. $2x - 2\arctan x + C$

C. $\frac{1}{2}\ln|1+x| + C$

D. $\frac{2}{3}x\sqrt{x}\,\ln|1+x| + C$

E. $2x\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + C$

F. $2\sqrt{x} - 2\arctan\sqrt{x} + C$

G. $\frac{1}{2}\ln(1+x^2) + C$

H. $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\ln|1+x| + C$

6. $$\int_0^1 \arctan x\,\mathrm{d}x =$$

A. $\dfrac{\pi}{4} - \ln 2$

B. $\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{1}{2}\ln 2$

C. $\dfrac{\pi}{8}$

D. $\ln(\cos 1)$

E. $\dfrac{1}{\tan 1} - \ln 2$

F. $\dfrac{1}{\tan 1} - \dfrac{1}{2}\ln 2$

G. $\dfrac{1}{\tan 1} - \dfrac{\pi}{8}$

H. bestaat niet

7. $$\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}\,\mathrm{d}x =$$

A. $\frac{1}{2}(1-\ln 2)$

B. $\frac{1}{2}(1+\ln 2)$

C. $\frac{7}{8} - \frac{1}{24}\ln 2$

D. $\frac{7}{8} + \frac{1}{24}\ln 2$

E. $-\frac{1}{2}(1-\ln 2)$

F. $-\frac{1}{2}(1+\ln 2)$

G. $-\frac{7}{8} + \frac{1}{24}\ln 2$

H. $-\frac{7}{8} - \frac{1}{24}\ln 2$

8. Onderzoek de volgende oneigenlijke integraal:

$$\int_1^\infty \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x\,.$$

Er geldt: de integraal is alleen oneigenlijk in

A. 0 en is *convergent*

B. 1 en is *convergent*

C. ∞ en is *convergent*

D. 0 en ∞

E. 0 en is *divergent*

F. 1 en is *divergent*

G. ∞ en is *divergent*

H. 1 en ∞

$\boxed{\longrightarrow}$

9. De integraal $\int\limits_{-\infty}^{6} r\, \mathrm{e}^{\frac{r}{3}}\, \mathrm{d}r$

A. $= \mathrm{e}^2$

B. $= 9\,\mathrm{e}^2$

C. $= 15\,\mathrm{e}^2$

D. $= 17\,\mathrm{e}^2$

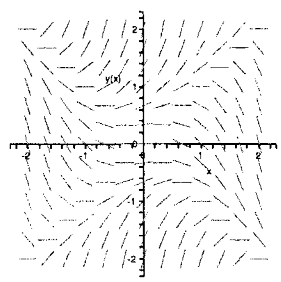
E. $= \frac{17}{9}\,\mathrm{e}^2$

F. $= \frac{17}{3}\,\mathrm{e}^2$

G. is niet *analytisch* (= exact) te bepalen

H. is divergent

10. Bij welke van de onderstaande differentiaalvergelijkingen behoort het hiernaast weergegeven richtingsveld?



A. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y^2 - x^2$

B. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 3y^2 - x^2$

C. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = x^2 - y^2$

D. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = x^2 - 3y^2$

E. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y^3 - x^3$

F. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 3y^3 - x^3$

G. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = x^3 - y^3$

H. $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = x^3 - 3y^3$

11. Gegeven is de volgende separabele differentiaalvergelijking:

$$y' = \frac{xy}{2\ln y} \qquad (y > 0 \text{ en } y \neq 1)\,.$$

Met $C \in \mathbb{R}$ willekeurig te kiezen luidt de *algemene* oplossing:

A. $y = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{1}{2}x^2+C}}$

B. $y = \mathrm{e}^{\pm\sqrt{\frac{1}{2}x^2+C}}$

C. $y = \mathrm{e}^{\sqrt{2x^2+C}}$

D. $y = \mathrm{e}^{\pm\sqrt{2x^2+C}}$

E. $y = \mathrm{e}^{C\mathrm{e}^{x^2}}$

F. $y = \mathrm{e}^{\mathrm{e}^{x^2+C}}$

G. $y = C\mathrm{e}^{x^2}$

H. $y = \mathrm{e}^{x^2+C}$

12. Beschouw het volgende beginvoorwaardeprobleem:

$$2xy' + y = 6x^2 \qquad x > 0, \quad y(4) = 20\,.$$

De oplossing luidt:

A. $y = x^2 + 4$

B. $y = \frac{3}{4}x^2 + 8$

C. $y = \frac{6}{5}x^2 + \frac{4}{5}$

D. $y = \frac{12}{5}x^2 - \frac{92}{5}$

E. $y = x^2 + \frac{8}{x}$

F. $y = \frac{3}{4}x^2 + \frac{32}{x^2}$

G. $y = \frac{2}{5}(3x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}})$

H. $y = \frac{3}{5}(4x^2 - \frac{46}{\sqrt{x}})$

13. De complexe uitdrukking $\overline{2i\,(\overline{i - \frac{1}{2}})}$ is gelijk aan

A. $2 + i$

B. $-2 + i$

C. $2 - i$

D. $-2 - i$

E. $1 + 2i$

F. $-1 + 2i$

G. $1 - 2i$

H. $-1 + 2i$

Z.O.Z.

14. De complexe nulpunten van $2z^2 - 2z + 5$ zijn:

A. -1 en 2
B. -2 en 4
C. $\frac{1}{2}(1+3i)$ en $\frac{1}{2}(1-3i)$
D. $\frac{1}{2}(-1+3i)$ en $\frac{1}{2}(-1-3i)$
E. -2 en 4
F. -4 en 8
G. $1+3i$ en $1-3i$
H. $-1+3i$ en $-1-3i$

15. $e^{\frac{1}{4}\pi+i} =$

A. $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}$
B. $\frac{1}{\sqrt{2}} + i$
C. $\frac{1}{4}\pi\, e^i$
D. $i\, e^{\frac{1}{4}\pi}$
E. $\cos(\frac{1}{4}\pi + 1) + i\sin(\frac{1}{4}\pi + 1)$
F. $e^{\frac{1}{4}\pi}\,(\cos\frac{1}{4} + i\sin\frac{1}{4})$
G. $e^{\frac{1}{4}\pi}\,(\cos 1 + i\sin 1)$
H. $e^{\frac{1}{4}\pi}\,(\cos i + i\sin i)$

16. Beschouw het volgende beginvoorwaardeprobleem:

$$y'' - 2y' + 2y = 0 \qquad x > 0, \quad y(\pi) = 0\,, \quad y'(\pi) = 2\,.$$

De oplossing luidt:

A. $2\,e^{x-\pi}\ \sin x$
B. $-2\,e^{x-\pi}\ \sin x$
C. $2\,e^{\pi-x}\ \sin x$
D. $-2\,e^{\pi-x}\ \sin x$
E. $2\,e^{x-\pi}\ \cos x$
F. $-2\,e^{x-\pi}\ \cos x$
G. $2\,e^{\pi-x}\ \cos x$
H. $-2\,e^{\pi-x}\ \cos x$

17. Geef de *algemene* oplossing van de volgende differentiaalvergelijking:

$$y'' + 4y = x + 4\,.$$

A. $c_1\cos 2x + c_2\sin 2x$
B. $x + 4 + c_1\cos 2x + c_2\sin 2x$
C. $\frac{1}{4}x + 1 + c_1\cos 2x + c_2\sin 2x$
D. $ax + b + c_1\cos 2x + c_2\sin 2x$
E. $\frac{1}{4}x + 1 + c_1e^{2x} + c_2e^{-2x}$
F. $ax + b + c_1e^{2x} + c_2e^{-2x}$
G. $4x^2 + x + c_1 + c_2e^{-4x}$
H. $ax^2 + bx + c_1 + c_2e^{-4x}$

<u>Normering</u>

Elk onderdeel is evenveel waard, tot een totaal van 100.
Als n het totale aantal toegekende punten is, en q het resultaat van de quizzen voor deel 1 ($0 \le n \le 100$ en $0 \le q \le 10$) is het cijfer $c = \max\{\frac{n}{10}, (\frac{4q}{10} + \frac{6n}{100})\}$ *(één decimaal, $1 \le c \le 10$).*