

Test 1 Mathematical Structures AM1010
Afternoon Version
Friday October 9, 2020, 13:45-14:35



- This is an open book exam: You can consult any written materials that you have; you are not allowed to consult electronic documents or use communication devices.
- All answers have to be provided with a proof unless otherwise specified.
- You cannot discuss the questions with anyone before Wednesday October 14 (except those present in the hall where you take your exam.)
- You can give your answers in English or in Dutch.
- After the exam you should upload your solutions on Brightspace. We expect a single file per problem, so it is easiest if you can keep one problem on one sheet of paper.
- The grade is $(\text{score}+4)/4$.

-
- Dit is een openboektentamen: Je mag elke schriftelijke bron raadplegen die je hebt, je mag niet elektronische documenten gebruiken of gebruik maken van communicatie-apparaten.
 - Alle antwoorden moeten met uitleg/bewijs gegeven te worden, tenzij anders opgeschreven.
 - Je mag de vragen met niemand bespreken voor woensdag 14 oktober (behalve met de studenten aanwezig in de zaal waar je tentamen gemaakt hebt.)
 - De vragen kunnen beantwoord worden in het Nederlands of het Engels.
 - Na het tentamen moet je je antwoord in Brightspace uploaden. We verwachten een los bestand per opgave, dus het is het makkelijkste als elke opgave op 1 blaadje staat.
 - Het cijfer is $(\text{score}+4)/4$.

Questions during exam or uploading? Vragen tijdens tentamen of uploaden?
w.g.m.groenevelt@tudelft.nl

0a Copy the following sentence on your paper

I declare that I have made this examination on my own, with no assistance, and in accordance with the TU Delft policies on plagiarism, cheating, and fraud.

Schrijf de volgende zin over

Ik verklaar dat ik dit tentamen zelf gemaakt heb, zonder hulp van derden, en in overeenstemming met de TU Delft richtlijnen ten aanzien van fraude en plagiaat.

0b Give the times at which you will not be available for a possible oral check on Monday October 12 through Wednesday October 14 between 9am and 6pm.

Schrijf de tijden op waarop je niet beschikbaar bent voor een mogelijke mondelinge controle tussen maandag 12 oktober tot woensdag 14 oktober tussen 9:00 en 18:00.

- 1 Write down the negation of the statement below without using the symbol for negating a statement. (No explanation necessary) 4

Schrijf de negatie van de uitspraak hieronder op zonder het symbool voor negatie te gebruiken. (Geen uitleg noodzakelijk)

$$\exists x \geq 3 \in \mathbb{R} : \forall y \in \mathbb{R} : \forall z \in \mathbb{R} : (x > y \vee y < z) \Rightarrow z = y$$

- 2 Prove or disprove: $\forall x \in \mathbb{Z} : \exists y \in \mathbb{Z} : x > y^2$. 4

Bewijs of ontkracht: $\forall x \in \mathbb{Z} : \exists y \in \mathbb{Z} : x > y^2$.

- 3 We define a relation R on $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ as $(x, y)R(u, v)$ iff $xy \geq uv$. This relation is reflexive. De relatie R op $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ wordt gegeven door $(x, y)R(u, v)$ dan en slechts dan als $xy \geq uv$. Deze relatie is reflexief.

- 3a Is the relation R symmetric? Prove your result. 4

Is de relatie R symmetrisch? Bewijs je antwoord.

- 3b Is the relation R transitive? Prove your result. 4

Is de relatie R transitief? Bewijs je antwoord.

- 3c Is the relation R an equivalence relation? If so, give a simple expression for the equivalence class $E_{(1,1)}$. 2

Is de relatie R een equivalentierelatie? Zo ja, geef dan een eenvoudige uitdrukking voor de equivalentieklasse $E_{(1,1)}$.

- 4a Prove or disprove: If $f : [0, 1] \rightarrow [3, 5]$ is weakly increasing (that is $\forall x, y : x \geq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$), and $f(0) = 3$ and $f(1) = 5$, then f is injective. 6

Bewijs of ontkracht: Als $f : [0, 1] \rightarrow [3, 5]$ zwak stijgend is (dus $\forall x, y : x \geq y \Rightarrow f(x) \geq f(y)$), en $f(0) = 3$ en $f(1) = 5$, dan is f injectief.

- 4b Prove or disprove: Suppose $f : [0, 1] \rightarrow [3, 5]$ is weakly increasing. If f is injective then $f(0) \neq 5$. 6

Bewijs of ontkracht: Stel $f : [0, 1] \rightarrow [3, 5]$ is zwak stijgend. Als f injectief is, is $f(0) \neq 5$.

- 5 Determine $\bigcap_{n \in \mathbb{Z}} [-2, n^2]$. Give a proof why your answer is correct! 6

Bepaal $\bigcap_{n \in \mathbb{Z}} [-2, n^2]$. Bewijs dat je antwoord klopt!