

- You are only allowed to use pen and paper; no calculators, books or other tools allowed.
 - All answers have to be provided with a proof/explanation unless otherwise specified.
 - Please enter your final answers in the boxes provided.
 - If you do not have enough space in those boxes, use the extra box on the first page.
 - If that is full as well, ask an invigilator.
 - Do not use the boxes provided as scratch paper; use the separate scratch paper.
We will not grade your scratch paper. Bring it home with you or deposit it in the recycling bin.
 - You can give your answers in English or in Dutch.
 - The grade is $(\text{score}+8)/8$. It will count for at most 40% of your final grade (details on Brightspace).
 - If you are entitled to extra time, your exam lasts until 11:20.
-
- De enig toegestane hulpmiddelen zijn pen en papier, dus geen rekenmachines, boeken, etc.
 - Alle antwoorden moeten met uitleg/bewijs gegeven te worden, tenzij anders opgeschreven.
 - Gelieve de antwoorden in de daartoe bestemde blokken op te schrijven.
 - Als de ruimte in een antwoordbox te klein is, gebruik dan de extra box aan het begin van het tentamen.
 - Als die extra box ook vol is, vraag hulp van een surveillant.
 - Gebruik de antwoordboxen niet als kladpapier, daar heb je apart papier voor gekregen.
We kijken je kladpapier niet na. Neem het mee naar huis of gooi het bij het oud papier.
 - De vragen kunnen beantwoord worden in het Nederlands of het Engels.
 - Het cijfer is $(\text{score}+8)/8$ en telt voor maximaal 40% van je eindcijfer (details op Brightspace).
 - Indien je recht hebt op extra tijd duurt je tentamen tot 11:20.

Extra space / Extra ruimte

(clearly indicate which exercise you put here. Also note this at the exercise itself).

(geef duidelijk aan welke opgave je hier opschrijft. Geef dit ook aan bij de opgave zelf.)

1. (a) Give the truth table of the expression $(p \vee q) \implies p$.

3

Geef een waarheidstabel voor de uitdrukking $(p \vee q) \implies p$.

- (b) Is $(p \vee q) \implies p$ or $(p \vee q) \implies q$ a tautology? Explain your answer.

2

Is $(p \vee q) \implies p$ of $(p \vee q) \implies q$ een tautologie? Verklaar uw antwoord.

- (c) Is $((p \vee q) \implies p) \vee ((p \vee q) \implies q)$ a tautology? Explain your answer.

2

Is $((p \vee q) \implies p) \vee ((p \vee q) \implies q)$ een tautologie? Verklaar uw antwoord.

2. Give the definition of a bounded sequence (a_n) .

Geef de definitie van een begrensde rij (a_n) .

3. Suppose $X \subseteq A \setminus B$. Show that $X \subseteq A$.

4. Consider the set / Beschouw de verzameling

$$S = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} [2 + \frac{6}{n}, 4 + \frac{6}{n}]$$

- (a) Give a simple expression for the set S , that is, without infinite unions. You do not need to prove your answer. 3

Geef een eenvoudige uitdrukking voor de verzameling S^1 , dat wil zeggen een beschrijving zonder oneindige verenigingen. U hoeft uw antwoord niet te bewijzen.

- (b) Show that the infinite union is indeed a subset of your expression for S . (This would be half the proof of showing your answer is correct, the other half would be showing that your expression is a subset of the infinite union.) 4

Laat zien dat de oneindige vereniging inderdaad een deelverzameling is van uw uitdrukking voor S .

¹Typo during exam was corrected here

5. Let $Q = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$. Consider the relation R on Q defined by aRb holds if $|a - b| < 10$.

Zij $Q = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$. Beschouw de relatie R^2 op Q gedefinieerd door aRb als $|a - b| < 10$.

Don't forget to prove the answers to the following questions / Vergeet uw antwoorden op de volgende opgaven niet te bewijzen.

- (a) Is the relation R reflexive? / Is de relatie R reflexief?

2

- (b) Is the relation R symmetric? / Is de relatie R symmetrisch?

4

- (c) Is the relation R transitive? / Is de relatie R transitief?

4

²fixed typo that existed on the actual exam

(d) We still consider $Q = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$ and aRb whenever $|a - b| < 10$.

We beschouwen nog steeds $Q = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$ en aRb als $|a - b| < 10$.

As you can see, the relation R is not an equivalence relation. Let S be the smallest equivalence relation that contains R (i.e. where R and S are both considered subsets of $Q \times Q$). Describe all equivalence classes of S . You do not need to prove your answer.

Zoals u kunt zien is R geen equivalentierelatie. Laat S de kleinste equivalentierelatie zijn die R bevat (waar beide als deelverzameling van $Q \times Q$ worden gezien). Beschrijf alle equivalentieklassen van S . U hoeft u antwoord niet te bewijzen.

6. Give an example of a surjective function $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ which is neither increasing, nor decreasing (and explain why your example works).

A function is increasing if $\forall x, y \in \mathbb{R} : x > y \implies f(x) > f(y)$ and decreasing if $\forall x, y \in \mathbb{R} : x > y \implies f(x) < f(y)$.

Geef een voorbeeld van een surjectieve functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die noch stijgend, noch dalend is (en leg uit waarom uw voorbeeld voldoet).

Een functie is stijgend als $\forall x, y \in \mathbb{R} : x > y \implies f(x) > f(y)$ en dalend als $\forall x, y \in \mathbb{R} : x > y \implies f(x) < f(y)$.

[illegible]

7. Give the definition of an injective function $f : A \rightarrow B$.

Geef de definitie van een injectieve functie $f : A \rightarrow B$.

8. Let $f : A \rightarrow A$ be an arbitrary function and $S \subseteq A$ a set. Show that $f^{-1}(f(f^{-1}(S))) = f^{-1}(S)$.

Stel $f : A \rightarrow A$ is een willekeurige functie en laat $S \subseteq A$. Laat zien dat $f^{-1}(f(f^{-1}(S))) = f^{-1}(S)$.

