

Tentamen IN2505-B Berekenbaarheidstheorie

1 juli 2010, 14.00–17.00 uur

- Dit tentamen bestaat uit 5 open vragen.
- Totaal aantal pagina's (exclusief dit titelblad): ??.
- Het maximaal aantal te behalen punten: 50.
- Alle vragen tellen even zwaar mee en leveren ieder maximaal 10 punten op.
- Het eindcijfer wordt bepaald door afronding van $\frac{9}{50} \cdot (\text{aantal punten}) + 1$ op een geheel of half cijfer.
- Het gebruik van dictaat, aantekeningen of andere bronnen is tijdens dit tentamen niet toegestaan.
- Eveneens is het gebruik van grafische of niet-grafische rekenmachines niet toegestaan.
- Uiteraard komen in één tentamen niet alle onderwerpen aan bod. Trek daarom op basis van dit tentamen geen conclusies over stof die nooit getoetst wordt.
- Formuleer uw antwoord in correct Nederlands of Engels en schrijf leesbaar (gebruik eerst kladpapier).
- Geef geen irrelevante informatie. Dit kan leiden tot puntenaftrek.
- Voordat u uw antwoorden inlevert, controleer of op ieder blaadje uw naam en studienummer staat en geef het aantal ingeleverde bladen aan op (tenminste) de eerste pagina.

1. (a) (2 punten) Geef een definitie van het begrip *Turing-herkenbare* (Eng.: Turing-recognizable) taal.
- (b) (2 punten) Zij M een *niet-deterministische* Turingmachine die een taal L herkent en zij w een invoerwoord voor M . Beschouw de volgende uitspraak:
- Als $w \notin L$, dan moet er een verwerpende berekeningsgeschiedenis (Eng.: rejecting computation history) van M op w bestaan.*
- Ga na of deze uitspraak juist of onjuist is, en beargumenteer uw antwoord.
- (c) (6 punten) Zij $V = \{L_1, L_2, \dots, L_n\}$ een gegeven verzameling van *Turing-herkenbare* talen. Bewijs dat $L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_n$ ook Turing-herkenbaar is.

2. (a) (3 punten) Definieer wanneer een verzameling *aftelbaar* (Eng.: countable) is.
- (b) (7 punten) Beschouw de verzameling O van alle oneven natuurlijke getallen (dus $O = \{1, 3, 5, \dots\}$). Ga na of $\mathcal{P}(O)$, de *machtsverzameling* van O , *aftelbaar* is of niet. Geef een bewijs van uw opvatting.

3. (a) (3 punten) Geef een definitie van het begrip *lineair begrensde automaat* (LBA) (Eng.: linear bounded automaton).
- (b) (7 punten) Bewijs dat het *acceptatieprobleem* A_{LBA} *beslisbaar* (Eng.: decidable) is.

4. Beschouw het volgende probleem:

$$D = \{ \langle M \rangle \mid \text{Er is een invoerwoord } w \text{ zodanig dat TM } M \text{ bij de berekening op } w \text{ uiteindelijk "stop" print op de invoertape en stopt} \}.$$

Bewijs met behulp van een *mapping reduction* dat D *niet beslisbaar* (Eng.: undecidable) is. Uw bewijs dient daarbij uit 2 delen te bestaan:

- (a) (5 punten) Een beschrijving van de *reductie(functie)* f .
- (b) (5 punten) Het bewijs dat deze f inderdaad aan de eisen van een mapping reduction voldoet.

5. (10 punten) Beschouw het volgende probleem:

$$E = \{ \langle M \rangle \mid \text{Er is een invoerwoord } w \text{ zodanig dat TM } M \text{ bij de berekening op } w \text{ nooit "stop" print op de invoertape} \}.$$

Bewijs met behulp van de *recursiestelling* (Eng.: recursion theorem) dat E niet *Turing-herkenbaar* is.