

Tentamen 1N2505-B 29 juni 2011

1 a. Sheet 4, college 4.

b. Onjuist.

c. $M =$ "Op invoer n :

1. Gok een waarde m met $1 \leq m \leq n$.

2. Check of $n \bmod m = 0$.

Zo ja accepteer, anders verwerp."

2 a. Sheet 5, college 5.

$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ met $f(n) = \lfloor n/2 \rfloor$

$f(4) = 2 = f(5)$. Niet injectief.

b. V is niet aftelbaar.

Bewijs: Stel V is aftelbaar. Neem aan dat $f_0, f_1, f_2, \dots, f_n, \dots$ een aftelling is van V .

Definieer g als volgt:

$$g(x) = \begin{cases} x+1 & \text{als } f_x(x) = x \\ x & \text{anders.} \end{cases}$$

Nu geldt voor alle x : $x \leq g(x) \leq x+1$

M.a.w. $g \in V$.

Maar door constructie kan g niet in de aftelling voorkomen.

Tegenspraak. Dus V is niet aftelbaar.

3 a. Sheet 14, college 8.

b. Sheets 17 t/m 21, college 8.

Een voldoende aanpakking M_2 op sheet 19:

$M_2 =$ "Op invoer x :

1. Als x van de vorm $a^n b^n c^n$ is, accepteer.

2. Als x niet deze vorm heeft, draai M_1 op en accepteer, als M_1 accepteert."

4 ab. $NEQ_{TM} = \overline{EQ_{TM}}$. Zie Sipser: Th. 5.30.

5. Stel E is beslisbaar. Neem aan dat K E beslist. Definieer nu een TM M :

$M =$ "Op invoer w :

1. Verkrijg eigen code $\langle M \rangle$ m.b.v. recursiestelling.
2. Draai K op $\langle M \rangle$.
3. Als K accepteert, verwerp;
als K verwerpt, doe $|w| + 1$,
zinkbare stappen en accepteer.

Twee mogelijkheden:

I. $\langle M \rangle \in E$: dan accepteert K in stap 2, maar M verwerpt alle w in stap 3, zodat $\langle M \rangle \notin E$ want M kan niet mogen termineren in dat geval.

II. $\langle M \rangle \notin E$: dan verwerpt K in stap 2, maar M accepteert alle w in meer dan $|w|$ stappen in stap 3, zodat $\langle M \rangle \in E$.

Beide gevallen, I en II, leiden tot een tegenspraak. Derhalve is E niet beslisbaar.
